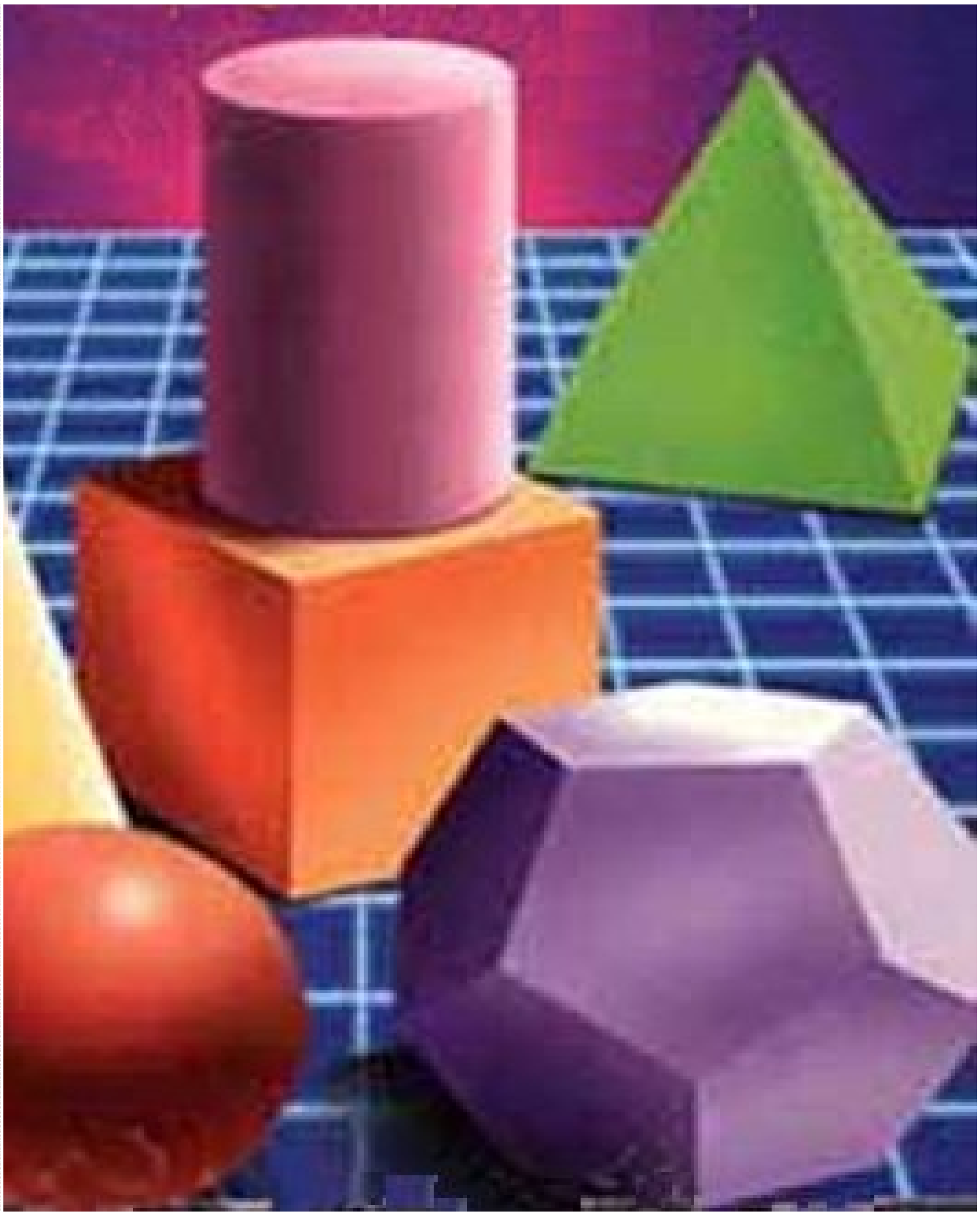
CADERNO PEDAGÓGICO: Auxiliando o processo de ensino-aprendizagem da Geometria

Ana Cristina Schirlo – Sani de Carvalho Rutz da Silva

2009



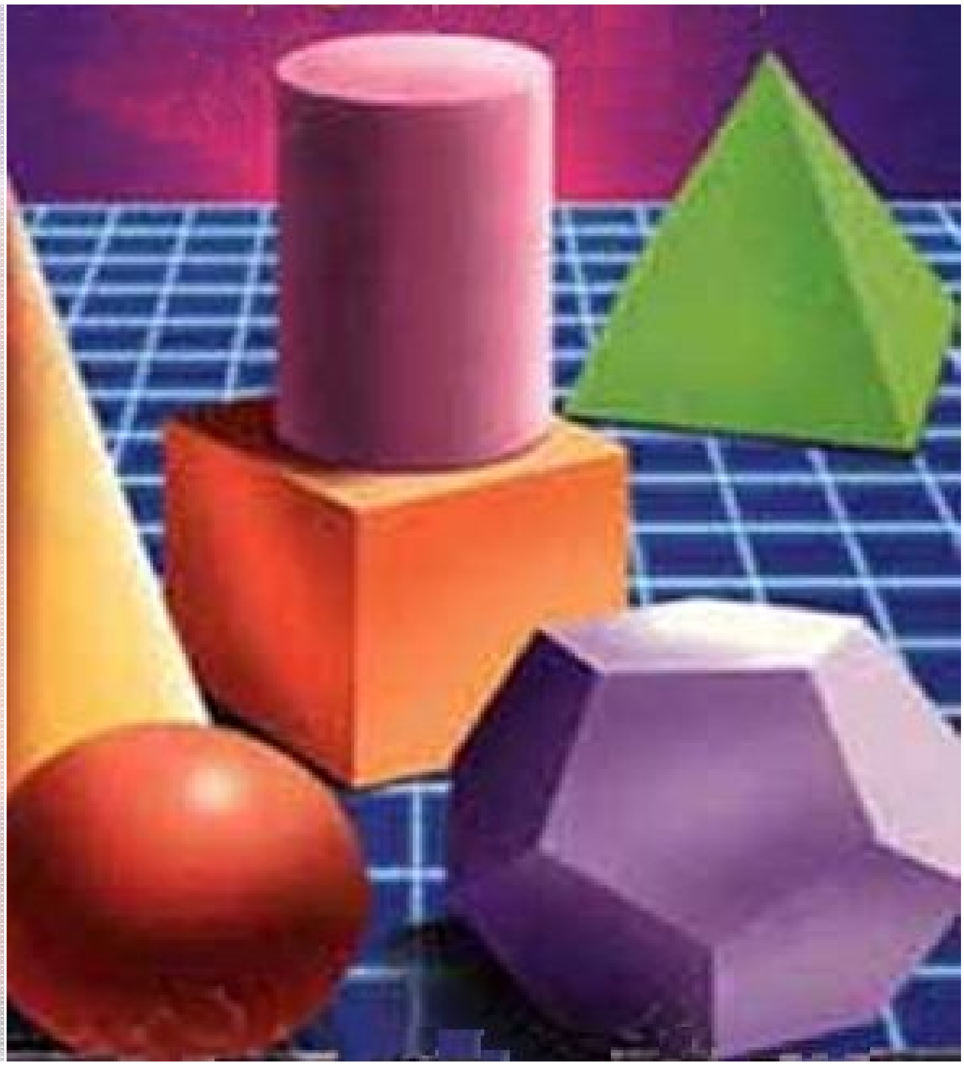
UTFPR
UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
CAMPUS PONTA GROSSA

PPGECT
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Tecnologia
MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA

CADERNO PEDAGÓGICO: Auxiliando o processo de ensino-aprendizagem da Geometria

Ana Cristina Schirlo – Sani de Carvalho Rutz da Silva

2009



Este caderno de subsídios pedagógicos tem por finalidade fornecer, aos professores de Matemática e interessados no assunto, um conjunto de informações sobre as tendências metodológicas: Formalista Clássica, Formalista Moderna e Resolução de Problemas, que se fazem presentes nas salas de aula de Matemática durante o processo de ensino dos conteúdos de Geometria.

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO

Este caderno de subsídios pedagógicos tem por finalidade fornecer, aos professores de Matemática e interessados em Geometria, um conjunto de informações sobre algumas metodologias de ensino que se fazem presentes nas salas de aula de Matemática.

Não se pretende apresentar um esquema fechado para o processo de ensino-aprendizagem da Geometria Plana, mas auxiliar os professores que buscam diversos caminhos metodológicos, de forma que possam analisar e refletir a sua própria prática pedagógica.

Para tanto, foram escolhidas as tendências metodológicas: Formalista Clássica, Formalista Moderna e Resolução de Problemas, que apresentam diferentes nuanças de aspectos metodológicos. A nossa intenção é contribuir para a construção e ressignificação de um olhar diferenciado para o processo de ensino-aprendizagem da Geometria Plana.

O presente material está organizado em três capítulos e foi elaborado a partir da pesquisa *MATEMÁTICA ESCOLAR: estratégias metodológicas para o processo de ensino-aprendizagem de Geometria Plana*, apresentada como requisito para obtenção do título de mestre no Mestrado Profissional em Ensino de Ciência e Tecnologia (PPGECT), ofertado pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), Campus Ponta Grossa.

O primeiro capítulo trata de uma retrospectiva histórica sobre a importância da Geometria e a forma como ela se manifestou desde os tempos mais remotos até seu contexto atual nas salas de aula e também sobre a formação do professor de Matemática. O segundo capítulo apresenta uma fundamentação teórica que sustenta a inserção dos conteúdos geométricos no cotidiano escolar e das tendências metodológicas: Formalista Clássica, Formalista Moderna e Resolução de Problemas para o ensino de Geometria Plana. O terceiro capítulo sugere atividades com aportes teóricos nas tendências metodológicas apresentadas no capítulo 2 deste caderno, pois se entende que as três tendências exercem, até hoje, certa influência nas concepções subjacentes às práticas pedagógicas no ensino de Geometria no que diz respeito, especificamente, ao processo de ensino-aprendizagem. Finalmente, se tece algumas reflexões, com a intenção de auxiliar os professores de

Matemática na construção de um processo de ensino-aprendizagem com qualidade, capaz de fazer com que os alunos se apropriem dos conhecimentos desejados.

Isso porque é necessário não só uma boa formação inicial e continuada dos professores como também um vasto número de suportes teóricos, compatíveis suas necessidades.

O material pedagógico aqui apresentado foi pensado para ser usado pelo professor de Matemática ao preparar as aulas do conteúdo de Geometria Plana na 5ª série do Ensino Fundamental. No entanto, ele pode ser parcialmente aplicado em qualquer nível de ensino e nada impede que o professor possa utilizá-lo diretamente com os alunos, de qualquer série de ensino, se julgar adequado. Caso o professor acredite que o material possa ser adaptado para outra série, fica a seu critério fazer as modificações necessárias.

CAPÍTULO 1

GEOMETRIA

A constante inquietação com o ensino-aprendizagem de Matemática tem estimulado pesquisas que delineiam sua história nos espaços escolares, em específico, no ensino da Geometria. Nesse entendimento, a partir de uma breve retrospectiva histórica, pretende-se abordar aspectos da importância da Geometria e a forma como ela se manifestou desde os tempos mais remotos até seu contexto atual nas salas de aula, passando pela formação do professor de Matemática.

Espera-se que as discussões teóricas aqui apresentadas, propiciem reflexões e ações nas práticas pedagógicas, pois a narrativa histórica pode ser utilizada como ferramenta para motivar o processo de ensino-aprendizagem, promovendo a compreensão dos conceitos abordados.

1.1 A Importância da Geometria

A Geometria é um dos ramos mais antigos da Matemática. Hogben (1970) e Eves (1997) sustentam essa afirmação ao dizerem que a história da Geometria teve seu início com o uso da linguagem pictórica ou hieroglífica, o que aconteceu por volta do século V a.C., quando o conhecimento geométrico era empírico, rudimentar e brotava da observação daquilo que o homem fazia em seu cotidiano (EVES, 1997, p. 56). Logo, os problemas geométricos eram resolvidos de maneira prática sem haver uma preocupação com formalidades teóricas.

Mas, "a transformação do homem em pastor e agricultor exigiu a prática da mensuração de áreas agrícolas[1]" (CHASSOT, 2004, p. 15), o que passou a requerer um conhecimento mais elaborado da Matemática e especialmente da Geometria.

---

[1] Esse fato justifica a origem da palavra Geometria, a qual vem do grego e significa: *geo* = terra e *metria* = medida.

A História das Civilizações está repleta de exemplos, como esse, ilustrando o papel fundamental que a Geometria teve na evolução de conhecimentos artísticos, científicos e, em especial, matemáticos. Nesse entendimento, a Geometria, que inicialmente era o conhecimento imediato da relação homem/espaço, passa a ser parte intrínseca do universo físico.

A Geometria permite a percepção e a visualização do espaço, o reconhecimento e a abstração de formas e a capacidade de representá-las através do desenho ou da construção do que foi idealizado (BRASIL, 1998, p. 51). Ressalta-se que essas habilidades são importantes em outras áreas de conhecimento. Por exemplo, na Geografia, como um aluno pode interpretar um mapa, sem o auxílio da Geometria? Em Ciências, como desenhar uma célula animal ou uma célula vegetal, sem ter conhecimento sobre as formas geométricas? Em Artes, como compreender conceitos de medida sem ideias geométricas?

É notável que a Geometria apresente muitas aplicações no mundo real e possibilite diversas formas de comunicação. Por isso, seu ensino está presente entre as doze áreas de competência necessárias para os estudantes do século XXI, estabelecidas pela associação americana *The Nacional Council of Supervisors of Mathematics* (NCSM) em 1988.

Logo, a Geometria se apresenta como campo profícuo para o desenvolvimento da capacidade de abstrair, generalizar, projetar, transcender o que é imediatamente sensível, oferecendo condições para que níveis sucessivos de abstração possam ser alcançados. (PAVANELLO, 2004).

Freudenthal (1973, p. 15) já afirmava que “a Geometria é a apreensão do espaço... esse espaço em que vive, respira e se move”, portanto permite ao homem associar as formas dos objetos às figuras geométricas.

Para O’Daffer (1980, p. 45), a Geometria é um ramo da Matemática que sugere um grande número de situações que levam os alunos a exercitarem sua criatividade. Post (1980, p. 33) aponta-a como o ramo da Matemática mais apropriado ao desenvolvimento de habilidades intelectuais como a percepção espacial, a criatividade e o raciocínio hipotético-dedutivo. Davis e Hersh (1985, p. 60) lembram que a Geometria foi considerada o campo ideal para o desenvolvimento do raciocínio citado por Post (1980, p. 33) e que seu estudo propicia ao aluno um exercício fundamental.

Fainguelernt (1999, p. 28) evidencia que ela “é considerada como uma ferramenta para compreender, descrever e interagir com o espaço em que vivemos”. Concordando com os autores citados, Saraiva (1992, p. 47) argumenta que a Geometria propicia a descoberta e a aprendizagem da realidade.

Lorenzato (1995, p. 20) acredita que “a Geometria está por toda parte, pois as ideias de paralelismo, perpendicularismo, semelhança, proporcionalidade, comprimento, área, volume, fazem parte do cotidiano”. Ainda de acordo com Lorenzato (1995, p. 05), a justificativa de se ter a Geometria na escola “é argumentar que sem estudá-la, as pessoas não desenvolvem o pensar geométrico ou o raciocínio visual e, sem essa habilidade, elas dificilmente conseguiriam resolver as situações de vida que forem geometrizadas”.

Para Pavanello e Andrade (2002, p. 17), a Geometria, dentre os diferentes ramos da Matemática, é o que mais favorece o desenvolvimento da interpretação e criação de significados. Lopes (2005, p. 81) ressalta que, “o domínio dos conceitos geométricos básicos – como formas, medidas de comprimento, áreas e volumes – é essencial para a integração de um indivíduo à vida moderna”.

A importância da Geometria encontra eco em documentos oficiais, como por exemplo, no Parâmetro Curricular Nacional de Matemática – PCN de Matemática – (BRASIL, 1998), que apresenta um bloco chamado *Espaço e Forma*, no qual estão dispostos os conteúdos geométricos a serem trabalhados nos currículos escolares de Matemática, nos diferentes níveis do ensino. Ele enfatiza a figura geométrica e salienta as principais funções do desenho: visualizar, fazer ver, resumir, ajudar a provar e a presumir. Também, aponta a importância de trabalhar com a Matemática, em sala de aula, porque, por meio dos conteúdos geométricos, “o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive” (BRASIL, 1998, p. 51).

Logo, a aprendizagem geométrica é necessária ao desenvolvimento do educando, pois inúmeras situações escolares requerem percepção espacial, tanto em Matemática (algoritmos, medições,...) como na leitura e escrita. Isso justifica que sempre que se observa a listagem dos conteúdos matemáticos dos programas de todas as séries do Ensino Fundamental e Médio, a Geometria se faz presente.

Para melhor fixar essas reflexões, seguem algumas sugestões de obras a serem lidas:

BOYER, Carl B. **História da Matemática**. 2. ed. São Paulo: Edgard Blücher, 1996.

CONTADOR, Paulo Roberto. **Matemática:** uma breve história. 2. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2006. v.1.

EVES, Howard. **Introdução à história da Matemática.** 2. ed. São Paulo: Ed. UNICAMP, 1997.

FAINGUELERNT, Estela K. **Educação matemática:** representação e construção em geometria. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 1999.

HOGBEN, Lancelot. **Maravilhas da Matemática**. 2. ed. Porto Alegre: Globo, 1970.

LORENZATO, Sérgio. Por que não ensinar Geometria? In: **Educação Matemática em Revista** – SBEM 4, 1995, p. 3 -13.

1.2 O Ensino da Geometria no Contexto Escolar Atual

Estudos realizados por Perez (1991) e Pavanello (1989, 1993) afirmam que, embora a Geometria seja pertinente de modo a propiciar o desenvolvimento das capacidades cognitivas fundamentais nos alunos e esteja presente na grade curricular de todas as escolas, ela não vem sendo abordada adequadamente nas salas de aula. Souza (2001, p. 29) comenta que o ensino de Geometria comparado com o de outras partes da Matemática ainda é muito ausente das salas de aula, tanto na escola elementar, quanto ao longo de todo o Ensino Fundamental e Médio.

Esse fato se evidencia quando Pavanello e Andrade (2002, p. 30) afirmam que alguns estudos, como os realizados pelo Instituto Nacional de Educação e Pesquisa (INEP), por meio do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) e da Prova Brasil – que objetivam avaliar o conhecimento em Matemática de matriculados ou egressos da escola básica – mostram a baixa pontuação alcançada pelos alunos em questões que demandam conteúdos e conceitos geométricos. Essa análise revela que tais questões não são abordadas em sala de aula, ou, na melhor das hipóteses, são trabalhadas de modo precário.

Lorenzato e Vila (1993, p. 48) já apontavam uma hipótese para esse abandono da Geometria nas salas de aula, ao afirmarem que os professores não cumprem o programa, justificando-se sempre pela falta de tempo para ensinar todos os conteúdos matemáticos elencados por série de ensino. Segundo Pavanello (1993, p. 16), grande parte dos alunos do Ensino Fundamental deixa de aprender Geometria, pois os professores se limitam a trabalhar somente com o conteúdo algébrico, e o estudo daquele ramo da Matemática passa a ser feito, apenas no Ensino Médio.

Gálvez (1996, p. 249) comunga com o apontamento de Pavanello (1993, p. 16) ao dizer que a Geometria ensinada na escola do Ensino Fundamental apresenta-se de forma reduzida. Fonseca (1997) completa o exposto, afirmando que o ensino da Geometria, nas séries do Ensino Fundamental, foi reduzido devido a equívocos na prática educacional e o que provocou tal situação foi o "isolamento da Geometria em um momento específico do ano letivo, geralmente no final do curso" (FONSECA, 1997, p. 35).

Quando os conteúdos geométricos são trabalhados, dentro do cotidiano das escolas, muitos professores os ensinam abordando inúmeras definições e demonstrações de teoremas, por meio de aulas expositivas e de exercícios de fixação ou de aprendizagem, com o auxílio do livro didático (MENDES, 1997, p. 48). Também é comum encontrar professores que trabalham a Geometria fazendo uso da linguagem da teoria dos conjuntos, acentuando a noção de figura geométrica e promovendo o predomínio da Álgebra. Ainda outros, para ensinar os conteúdos geométricos, desenvolvem práticas pedagógicas diferenciadas por meio de demonstrações e contextualizações (BRASIL, 1998, p. 20-21).

Diante dessa miscelânea de métodos para se ensinar os conteúdos geométricos, observa-se que os educadores ainda encontram dificuldades para entender como ocorre o processo ensino-aprendizagem da Geometria. Consequentemente, os educandos, ficando expostos a diferentes metodologias, não conseguem incorporar os conhecimentos geométricos ao seu cotidiano.

Segundo Garnica (2003), no processo de ensino-aprendizagem dos conteúdos matemáticos, as ações dos professores, muitas vezes, estão atreladas, de forma consciente ou inconsciente, a uma determinada concepção de conhecimento que eles detêm. Assim, com um repensar sobre o assunto, o professor pode iniciar um processo de mudança conceitual, de um modelo para outro, e procurar meios para solucionar a falha no ensino da Matemática, em especial no conteúdo de Geometria.

Como leitura complementar, sugerimos o seguinte artigo científico:

SILVA, Maria Célia Leme da. A Geometria escolar ontem e hoje: algumas reflexões sobre livros didáticos de Matemática (documentos). **Unión:** Revista Iberoamericana de Educación Matemática, n. 3, p. 73-85, 2005.

Outra atividade que vale a pena ser realizada é visitar o *site* www.inep.gov.br e refletir sobre as informações ali constantes.

1.3 Formação de professores

O ensino da Geometria tem apresentado dificuldades na sua aplicação devido a vários fatores, dentre os quais se destaca a má formação dos professores de Matemática. Pavanello (1995, p. 18) afirma que o fato de o professor não ter aprendido em sua formação escolar e profissional o conhecimento geométrico, leva-o a sentir-se incapacitado e inseguro para abordá-lo em sala de aula.

Almouloud (2007) corrobora com Pavanello (1995), afirmando que a precariedade da formação dos professores, no tocante à Geometria, é em razão de ela ser pouco explorada na graduação, e a formação continuada ainda não atender aos objetivos esperados em relação à área.

Souza (2001, p. 32) explica que os professores licenciados em Matemática, no decorrer de sua formação universitária, deparam-se com disciplinas que os transportam ao conhecimento da Geometria. No entanto, essas disciplinas dedicam-se pouco aos aspectos metodológicos impedindo que esses profissionais desenvolvam um trabalho profícuo ao ensinar os conceitos geométricos. Assim, não se pode esperar que os professores ministrem um conhecimento de maneira eficiente se não foram bem preparados para isso.

É necessário pontuar que, mesmo o professor apresentando um bom conhecimento dos conceitos geométricos a serem ensinados, muitas vezes ele não consegue realizar sua transposição didática, pois uma coisa é conhecer a teoria e outra, muito diferente, é colocá-la em prática.

O PCN de Matemática (BRASIL, 1998, p. 37) afirma que os professores precisam ter clareza de suas próprias concepções sobre a Matemática, uma vez que a prática pedagógica em sala de aula está ligada a essas concepções. Smole (2000) explica que, para realizar a transposição didática de um conteúdo, é necessário identificar os obstáculos didáticos e epistemológicos que interferem na aprendizagem dos diferentes conteúdos, a relação destes com o mundo real e sua aplicação a outras disciplinas.

Nesse sentido, D'Ambrósio (1996), Paiva (1997) e Smole (2000) apontam para a necessidade de se efetuar uma articulação entre a teoria e a prática afim de que os professores consigam construir um processo de ensino-aprendizagem de qualidade, capaz de fazer com que os alunos se apropriem dos conhecimentos desejados. Por outro lado, faz-se necessário não só uma boa formação inicial e continuada dos professores como também um vasto número de suportes, os quais incluam livros didáticos, artigos científicos em periódicos e anais de congresso, além de manuais de professor compatíveis as necessidades do momento.

Garnica (2003, p. 97) afirma que é necessário se falar nas diferentes formas de argumentação que coexistem na sala de aula. É pertinente conhecer diversas possibilidades de trabalho para fundamentar a construção da prática pedagógica do professor.

Santos (2005) evidencia que se tornar professor significa apoiar-se em experiências do passado e do presente e refletir sobre elas, mobilizando e relacionando sua atuação em sala de aula. Nesse entendimento, tornar-se professor exige uma formação ampla com relevância na formação específica, no caso da Matemática, no aprofundamento dos conceitos fundamentais e nas relações dela com as outras disciplinas, associando a teoria com a prática.

Assim, é necessário que os professores tenham contato com inúmeros conhecimentos escolares, entre eles as estratégias metodológicas de ensino-aprendizagem, deparando-se com subsídios que lhes permitam assimilar saberes que os tornem profissionais competentes, aptos para atuarem na realidade escolar do século XXI e conscientes dos desafios e possibilidades da futura profissão. Para tanto, é primordial que o professor internalize diversos conhecimentos, com a finalidade de desenvolver e/ou aprimorar suas habilidades.

Como leitura complementar, gostaríamos de sugerir as seguintes obras:

BORBA, Marcelo de Carvalho. **Tendências internacionais em formação de professores de matemática**. São Paulo: Autêntica, 2007.

FIORENTINI, Dário. **Formação de professores de matemática**. São Paulo: Mercado de Letras, 2003.

FIORENTINI, Dário; MIORIM, Maria Ângela (Orgs.). **Por trás da porta, que matemática acontece?** Campinas: Gráfica da FE/UNICAMP – Cempem, 2001.

NACARATO, Adair Mendes; PAIVA, Maria Auxiliadora Vilela (Orgs.). **Formação do professor que ensina matemática:** perspectivas e pesquisas. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

NACARATO, Adair Mendes; PASSOS, Cármen Lucia Brancaglion. **A geometria nas séries iniciais:** uma análise sob a perspectiva da prática pedagógica e da formação de professores. São Carlos: Ed. EdUfscar, 2003.

CAPÍTULO 2

TENDÊNCIAS METODOLÓGICAS E APORTES TEÓRICOS PARA O ENSINO DA GEOMETRIA

A escola brasileira, nos últimos cem anos (1908-2008), no tocante ao ensino da disciplina de Matemática, pôde contar com as contribuições metodológicas de três grandes movimentos, sendo eles: *Movimento da Matemática Clássica*, *Movimento da Matemática Moderna* e *Movimento da Educação Matemática*.

Esses movimentos se utilizaram de diferentes estratégias de ensino, cada um com características peculiares às tendências metodológicas que os aportam. De acordo com Fiorentini (1995, p. 3), tendência é

> um saber funcional, ou seja, é uma modalidade de conhecimento, socialmente elaborada e partilhada, criada na prática pedagógica quotidiana e que se alimenta não só das teorias científicas (Psicologia, Antropologia, Sociologia, Filosofia, Matemática,...), mas também de grandes eixos culturais, de ideologias formalizadas, de pesquisas, de experiências de sala de aula e das comunicações quotidianas.

Nesse entendimento, surge a necessidade de se investigar algumas tendências metodológicas que marcaram cada um desses movimentos matemáticos, enfocando o conteúdo de Geometria.

Propomos neste capítulo, reflexões sobre algumas tendências metodológicas que norteiam o trabalho matemático em sala de aula. Assim, ao se tratar do movimento da *Matemática Clássica,* o foco está voltado à tendência do *Formalismo Clássico;* no *Movimento da Matemática Moderna,* ao *Formalismo Moderno;* e no *Movimento da Educação Matemática* se enfatiza a *Resolução de Problemas* dentre a Etnomatemática, a Modelagem Matemática, a História da Matemática, entre outras.

Segundo Valente (2007), as fontes deixadas no passado, como por exemplo, os documentos normativos, livros didáticos, materiais de alunos, materiais dos professores, registro de classes, entre outros, irão constituir no presente os rastros que estabelecerão os fatos históricos para o futuro. Nesse sentido, é fundamental que se busque em fontes recentes, as características do modo de ensinar, de organizar e de selecionar os conteúdos escolares, assim como a relação entre o professor e o aluno e sua aprendizagem, para darem suporte às reflexões que este caderno tem o intuito de apresentar.

Cabe esclarecer que as reflexões aqui apresentadas, inserem-se numa abordagem histórica, apoiada no ferramental teórico-metodológico empregado por alguns historiadores da educação. Entre eles se destacam: D'Ambrósio (2007), Valente (2003, 2007), Silva (2003), Fiorentini (1995), Miorim (2004), Machado (1987, 2005), Pavanello (1989), Onuchic (2005), Allevato (2005) e Almouloud (2007).

2.1 Movimento da Matemática Clássica: a Geometria no Formalismo Clássico

No início do século XX, com o intuito de modificar o ensino da Matemática na educação mundial, Hilbert e seus colaboradores – Bernays, Ackermann, von Neumann, entre outros – estavam convictos de que cada ramo da Matemática poderia ser apresentado como uma teoria formal. Embasados nesse pensar, iniciaram um trabalho que resultou no que se conhece hoje por Formalismo Clássico (EVES, 1997, p. 682). Segundo Machado (2005, p. 29), Hilbert adotou as ideias de Kant para caracterizar o Formalismo, baseando-se nos seguintes apontamentos:

> a) a Matemática compreende descrições de objetos e construções concretas, extralógicas;
> b) estas construções e estes objetos devem ser enlaçados em *teorias formais* em que a Lógica é o instrumento fundamental;
> c) o trabalho do matemático deve consistir no estabelecimento de teorias formais consistentes, cada vez mais abrangentes até que se alcance a formalização completa da Matemática.

Com esse entendimento, Machado (2005, p. 75, grifo nosso) define a Teoria Formal como "um jogo sobre uma linguagem escrita, com regras sintáticas explícitas, que procuram prever todos os casos sem ambiguidade". Ainda segundo Machado (2005, p. 35-36), "a pretensão inicial dos formalistas era a de obter um sistema formal que englobasse toda a Matemática clássica e que fosse consistente e completo", assim o trabalho do matemático compreenderia o estabelecimento de teorias formais, cada vez mais abrangentes até que se alcançasse a formalização completa da Matemática.

Desse modo, a formalização passou a apresentar uma linguagem própria representada por símbolos desenvolvidos pela lógica dedutiva. De acordo com os formalistas, não existem objetos matemáticos, “a matemática consiste em axiomas, definições e teoremas – em outras palavras fórmulas” (DAVIS; HERSH, 1985, p. 360).

No Brasil, no início do século XX, começaram a surgir reuniões, principalmente na cidade do Rio de Janeiro, nas quais alguns intelectuais, destacando-se Theodoro Ramos e Lélio Gama, discutiram e redefiniram o papel do homem na ciência, de seu valor e de seu desempenho, assim como estabeleceram novos rumos para o ensino da Matemática nas escolas brasileiras (VALENTE, 2003).

Assim, a partir da década de 1920, o país passou por várias transformações políticas e econômicas, em que os movimentos ligados à educação vieram com a intenção de reorientar a grade curricular das escolas. Fiorentini (1995) afirma que foi nesse momento histórico que o currículo científico firmou-se, surgindo a Matemática Escolar Clássica.

Nessa Matemática, o estudo da Geometria levava o aluno, gradualmente, a agrupar fatos particulares e a adquirir ideias gerais da matéria com grande abstração dos processos matemáticos (VALENTE, 2003).

E, em 1929, uma nova estrutura se estabelece para a Matemática Escolar no Brasil. Foi nesse ano que se criou, no curso secundário, a disciplina denominada Matemática, a qual passou a reunir os conteúdos de Aritmética, Álgebra e Geometria (ROCHA, 2001).

Na tentativa de nortear o andamento desse novo ensino-aprendizagem da Matemática, Roxo, em 1929, lançou como recurso de ensino para o processo escolar, a coleção de livros *Curso de Mathemática Elementar* (SILVA, 2003). Entende-se que a principal intenção de Roxo nessa obra era reestruturar os conteúdos a serem ensinados, por meio da Geometria e suas aplicações de noções intuitivas, permeando-a aos conteúdos da Álgebra e da Aritmética (SILVA, 2003).

Em 1930, Cecil Thiré e Mello e Souza lançaram o livro didático *Matemática - 1º ano ginasial*. Nessa obra, os autores preservaram, numa primeira parte, os conteúdos que tradicionalmente estruturavam a Aritmética. E, numa segunda parte, adicionaram as noções de Geometria, que em nada se articula com a Álgebra e, por fim, incluíram uma primeira parte dos conteúdos de Álgebra, que apresentavam uma colagem em três tempos do que tradicionalmente vinha sendo ensinado nos eixos da Matemática (SILVA, 2003).

Segundo Silva (2003, p. 133), “a partir da década de 1930, notamos sinais indicativos do início de formação da comunidade matemática brasileira”. Esse autor ainda esclarece que essa comunidade apresentava, inicialmente, preocupações em realizar pesquisas científicas em busca de resultados diferenciados para o ensino da Matemática. Mas, após um breve espaço de tempo, percebeu-se que o verdadeiro intuito da pesquisa científica era considerar a importância dos resultados obtidos em seus trabalhos, no seio da comunidade matemática internacional (SILVA, 2003).

Os anos de 1940 foram marcados por listas de exercícios e demonstrações de teoremas geométricos. Assim, antes de 1950, o ensino de Matemática ocupava-se com cálculos aritméticos, identidades trigonométricas, problemas de enunciados grandes, demonstrações de teoremas de Geometria e resolução de problemas sem utilidade prática (SOARES, 2001, p. 63).

Segundo Marques (2005, p. 56), na década de 1950, a educação básica brasileira passou a ser regida pela Portaria de 1951, regulamentada como Portaria Ministerial nº 966, cujo objetivo era estabelecer um programa mínimo a ser desenvolvido nas escolas, diante da expansão do ensino básico no Brasil. Pavanello (1989), explica que segundo a Portaria Ministerial nº 966, a Geometria deveria ser abordada, nas 3ª e 4ª séries do ensino ginasial (hoje 7ª e 8ª séries do Ensino Fundamental). Em geral, esse estudo começava na 3º série com os conteúdos: figuras geométricas, plano, reta e círculo; depois eram estudadas as linhas proporcionais, a semelhança de polígonos, as relações trigonométricas no triângulo retângulo e as tábuas naturais. Já, na 4ª série, deveriam ser estudados os seguintes conteúdos: relações métricas nos polígonos e no círculo, cálculo de áreas de figuras planas.

Seguindo os apontamentos da Portaria de 1951, a coleção *Matemática – curso ginasial* (SANGIORGI, 1953) apresentou no prefácio do volume para a 3º série ginasial (hoje 7ª série do Ensino Fundamental) o papel da Geometria

> Tem este terceiro volume, a nosso ver, grande responsabilidade na iniciação geométrica dedutiva dos alunos da escola secundária. De fato, é nesta fase do curso, que os conhecimentos geométricos devem ser aprofundados, de modo a permitir uma assimilação segura aos alunos, dentro de uma técnica demonstrativa, acessível e uniforme, tanto quanto possível. Com este objetivo, o processo demonstrativo que empregamos é composto de partes numeradas, das quais a primeira vista, quase sempre, às construções auxiliares necessárias à demonstração, acompanhadas de propriedades evidentes; a segunda envolve dedução, à base de raciocínios sucessivos, e a conclusão. Só, excepcionalmente,

> existe uma terceira parte com a finalidade de dividir um raciocínio muito extenso da segunda (SANGIORGI, 1953, p. 17).

Para tanto, Sangiorgi (1953) apresentou alguns axiomas já no início da obra e a partir deles enunciou e demonstrou teoremas e propriedades, seguindo uma sequência didática tradicional, com definições, propriedades, teoremas e exercícios apresentados no final de cada conteúdo.

Com esse apoio didático, as aulas de Matemática apresentavam demonstrações de teoremas, expostos pelo professor e decorados pelos alunos. Logo, a resolução de exercícios era padronizada, pois os alunos os resolviam, seguindo um modelo, com ênfase nos cálculos. Os recursos utilizados eram giz, quadro-negro e livro-texto (BURIGO, 1989, p. 40).

Corroborando com os apontamentos sobre o ensino da Matemática, Fiorentini (1995, p. 09), conclui que “até o final da década de 1950, a tendência que prevaleceu no ensino da Matemática no Brasil foi a formalista clássica, com o ensino da Matemática ocupando-se com cálculos aritméticos, com identidades trigonométricas e com demonstrações de teoremas de Geometria.

Cabe ressaltar que existem muitos outros trabalhos que aqui não foram relatados, por isso são sugeridas as seguintes leituras:

DASSIE, Bruno Alves; ROCHA, José Lourenço da. O ensino de matemática no Brasil nas primeiras décadas do século XX. **Caderno Dá-Licença,** n. 4, ano 5, p. 65-73, dez. 2003.

MLODINOW, Leonard. **A janela de Euclides**. 2. ed. São Paulo: Geração Editorial, 2004.

VALENTE, Wagner Rodrigues. **Uma história da matemática escolar no Brasil (1730-1930)**. São Paulo: Annablume, 1999.

VALENTE, Walter Rodrigues. **Euclides Roxo e a modernização do ensino de matemática no Brasil**. São Paulo: SBEM, 2003.

2.2 Movimento da Matemática Moderna: a Geometria no Formalismo Moderno

Seguindo uma orientação mundial, no Brasil, vários educadores, entre eles Osvaldo Sangiorgi, Jacy Monteiro, Omar Catunda, Benedito Castrucci e Ubiratan D'Ambrósio, passaram a repensar o ensino da Matemática, buscando uma melhora para seu processo de ensino-aprendizagem. Para tanto, esses educadores começaram a estudar e a falar sobre uma nova concepção para o ensino da Matemática (VALENTE, 2008).

Segundo Valente (2003), Sangiorgi justifica esses estudos afirmando que o ensino da Matemática desenvolvido nas escolas, até então, estava ultrapassado. D'Ambrósio (2007) completa essa justificativa, afirmando que para modernizar não era necessário criar uma nova disciplina, mas inová-la, tornando-a mais atraente para os alunos.

Assim, no início da década de 60, o ensino da Matemática no Brasil e no mundo passou por intensas reformulações desencadeadas por um movimento que ficou conhecido como Movimento da Matemática Moderna (FIORENTINI, 1995).

Esse movimento promoveu alterações no ensino da Matemática. Miorim (2004, p. 114) explica que "a organização da Matemática Moderna baseava-se na teoria dos conjuntos, nas estruturas matemáticas e na lógica matemática". Ainda, segundo a autora, para que esse objetivo fosse atingido, deveria se enfatizar o uso de uma linguagem matemática precisa e de justificações matemáticas rigorosas, em que os alunos não precisariam "saber fazer", mas, sim, "saber justificar" por que faziam.

Nesse entender, as propostas defendidas pelo Movimento da Matemática Moderna apresentavam um elemento novo em relação à Matemática Clássica - a linguagem - que passou a enfatizar as relações, o uso de diagramas, de flechas, de símbolos, o rigor e as justificativas das transformações algébricas por meio das propriedades estruturais (FIORENTINI, 1995).

Em 1961, Sangiorgi criou o Grupo de Estudos do Ensino da Matemática (GEEM), efetivando a divulgação do Movimento da Matemática Moderna. Nesse mesmo ano, a promulgação da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional/2024 de 1961 (VILALOBO, 1969), legalizou a modernização no currículo escolar. Segundo Fiorentini (1995), após a promulgação dessa lei, o ensino da Matemática deveria apresentar uma disciplina estruturada, apoiada em estruturas lógicas algébricas, topológicas e de ordem por meio da linguagem universal dos conjuntos.

Pavanello (1989, p. 163) aponta que a linguagem dos conjuntos enfatizava o ensino de símbolos e de uma terminologia complexa. Por isso, entende-se que ela poderia ser facilmente colocada em prática no que tange à Álgebra e à Aritmética, mas não em relação à Geometria.

Burigo (1989, p. 170-171) relata um desabafo de Castrucci, sobre como a Geometria poderia ser incorporada aos princípios do Movimento da Matemática Moderna

> se nós estamos fazendo um movimento em que tudo tinha que nascer da teoria dos conjuntos e da ideia de estrutura, que era um princípio geral [...] a única coisa que a gente podia dizer em Geometria é que o plano é um conjunto de pontos, o espaço é um conjunto de pontos, a reta é um sub-conjunto do plano, mas depois como é que eu vou dizer, axiomas, teoremas, tudo o mais? [...] Então o processo foi sair uma Geometria também por meio de uma estrutura algébrica. Daí fizeram o estudo de Geometria já no ginásio por meio de espaços vetoriais, que é uma estrutura algébrica (BURIGO, 1989, p. 170-171).

Diante do exposto, entende-se que a Geometria passou a ser ensinada de forma algebrizada. Dessa forma, os livros didáticos da década de 1960, num primeiro momento, optaram por acentuar as noções de figura geométrica e de intersecção de figuras como conjunto de pontos do plano.

Sangiorgi (1963) publica no Brasil o primeiro livro didático com aportes na Tendência Formalista Moderna, *Matemática curso moderno*, cabe salientar que esse livro que começou a circular a partir de 1964. No prefácio dessa obra, Sangiorgi exalta as possibilidades de ensino criadas pelo estudo da Matemática Moderna.

Em 1967, Bóscolo e Castrucci publicaram a coleção *Matemática: curso moderno*, destinada ao ensino ginasial (hoje, ensino de 5ª a 8ª série do Ensino Fundamental), que abordava os conteúdos matemáticos de acordo com o sugerido pelo Movimento da Matemática Moderna (ALVES, 2005).

Ressalta-se que os livros didáticos, usados como principal recurso de ensino na tendência Formalista Moderna, abordavam uma proposta metodológica que tinha por finalidade atender à nova clientela heterogênea, tanto de alunos como de professores inseridos na rede de ensino em expansão.

No entanto, Pavanello (1989) afirma que os professores se encontravam despreparados para entenderem e ensinarem essa nova concepção de Matemática e, por isso, enfatizavam detalhes da teoria dos conjuntos em detrimento das idéias fundamentais. Com esses entendimentos, o conteúdo de Geometria passou a acentuar a noção de figura geométrica com a linguagem da teoria dos conjuntos e com a abordagem intuitiva, desprezando as demonstrações formais.

A década de 1970 iniciou com uma modificação expressiva na legislação educacional brasileira, por meio da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional/5692 de 1971, passando a propor uma estrutura do sistema educacional dividida em dois segmentos: o ensino de 1º Grau, com oito anos de escolaridade e o ensino de 2º Grau, com três anos (LEME DA SILVA, 2008, p. 73).

Essa mesma lei também sugere que cada professor adotasse seu próprio programa de ensino, de acordo com as necessidades da clientela. Essa sugestão fez com que a maioria dos alunos do 1ª Grau (hoje Ensino Fundamental) não tivesse contato com o conteúdo de Geometria, principalmente, na escola pública, mesmo com o conteúdo inserido no livro didático (PAVANELLO, 1989).

Por esses motivos, passaram a ser discutidas novas propostas para abordar o ensino de Geometria. E, para manter coerência com o Movimento da Matemática Moderna, a Geometria seria desenvolvida por planos vetoriais ou por transformações (MIGUEL; FIORENTINI; MIORIM, 1992). Assim, a Matemática Moderna apresenta-se nas escolas, por meio da simbologia da Teoria dos Conjuntos enfocada nos livros didáticos.

Como leitura complementar, gostaríamos de sugerir as seguintes obras:

BÚRIGO, Elizabete Zardo. Matemática moderna: progresso e democracia na visão de educadores brasileiros nos anos 60. **Teoria & Educação,** Porto Alegre: v. 2, p. 255-265, 1990.

KLINE, Morris. **O fracasso da matemática moderna.** São Paulo: Ibrasa, 1976.

LEME DA SILVA, Maria Célia. A geometria escolar ontem e hoje: algumas reflexões sobre livros didáticos de Matemática (documentos). **Unión:** Revista Iberoamericana de Educación Matemática, n. 3, p. 73-85, 2005.

PINTO, Neuza Bertoni; et al. **História do movimento da matemática moderna no Brasil**: arquivos e fontes. Guarapuava, PR: Ed. da Sociedade Brasileira de História da Matemática, 2007.

2.3 Movimento da Educação Matemática: a Geometria na Resolução de Problemas

No início da década de 1980, a Geometria encontrava-se relegada a um segundo plano no processo de ensino-aprendizagem da Matemática, reduzindo-se as atividades geométricas ao teorema de Pitágoras e algumas fórmulas para o cálculo de áreas e volumes (LORENZATO; FIORENTINI, 2001).

Nesse mesmo período, pesquisas na área da educação passaram a contar com o apoio de vários grupos envolvendo matemáticos, educadores e psicólogos, dando um salto no entendimento do processo de ensino-aprendizagem da Matemática.

O *School Mathematics Study Group* foi o grupo de pesquisas que, neste momento, mais se notabilizou pela publicação de livros didáticos e pela disseminação do ideário para além das fronteiras norte-americanas, atingindo também o Brasil e iniciando o Movimento da Educação Matemática (LORENZATO; FIORENTINI, 2001).

Tal movimento, no entender de D'Ambrósio (1996, p. 35), aponta para uma educação matemática caracterizada por uma atividade multidisciplinar, que se pratica com o objetivo específico de transmitir conhecimentos e habilidades matemáticas por meio dos sistemas educativos: formal, não formal e informal.

Com a finalidade de dar suporte teórico para o Movimento da Educação Matemática, publicaram-se vários *Standards*, dentre os *quais* se destacaram: *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*[2] (1989), *Professional Standards for Teaching Mathematics*[3] (1991), *Assessment Standards for School Mathematics*[4] (1995), *Principles and Standards for School Mathematics*[5] (2000).

Esses *Standards* pregavam que o ensino da Matemática deveria fornecer uma introdução às formas de conhecimento que atendessem às necessidades tecnológicas e

---

[2] Foi projetado para falar àqueles muito próximos de poder tomar decisões sobre o currículo de Matemática: professores, supervisores e promotores de materiais instrucionais e currículo. Descreve a Matemática que todos os estudantes devem saber e ser capazes de fazer (ONUCHIC; ALLEVATO, 2005).

[3] Ilustra caminhos pelos quais os professores podem estruturar as atividades em sala de aula, de modo que os alunos possam aprender a matemática descrita em *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics* (1989) (ONUCHIC; ALLEVATO, 2005).

[4] Contém os princípios em que professores e educadores se apoiam para construir práticas de avaliação que ajudem no desenvolvimento de uma Matemática forte para todos (ONUCHIC; ALLEVATO, 2005).

[5] Expõe os seis *Princípios* a serem seguidos dentro do trabalho do professor: *Equidade, Currículo, Ensino, Aprendizagem, Avaliação e Tecnologia,* sendo que tais princípios precisam estar profundamente ligados aos programas da Matemática escolar (ONUCHIC; ALLEVATO, 2005).

técnicas que o mundo passava a exigir. Assim, a Educação Matemática pretendia não somente ajudar os estudantes a aprenderem certas formas de conhecimento e de técnicas, mas também convidá-los a uma reflexão acerca do modo como essas formas devem ser aprendidas (D'AMBRÓSIO, 2007).

Segundo Machado (1987), a Resolução de Problemas é uma forte tendência dentro da Educação Matemática, pois vem expressar a postura de pesquisadores e de educadores dedicados a rever as metodologias do processo de ensino-aprendizagem da Matemática Escolar, em busca de melhores resultados dentro das salas de aula e, por consequência, no seu cotidiano.

Cabe explicar que as concepções sobre Resolução de Problemas evoluíram desde Polya (1949) até os dias atuais. Onuchic e Allevato (2005) relatam que o modelo de Polya privilegiava o processo de "ensinar sobre resolução de problemas", ou seja, resolver um problema era a realização específica da inteligência. Mais tarde, passa-se a crer na concepção de "ensinar a resolver problemas**",** na qual se deveria ensinar Matemática para resolver problemas, pois aprender Matemática é ser capaz de usá-la. Atualmente, aponta-se "ensinar Matemática através da resolução de problemas", como sendo uma concepção, em que os problemas são propostos de modo a contribuir para a construção de novos conceitos e conteúdos, antes mesmo de sua apresentação em linguagem matemática formal.

Verifica-se que a concepção "ensinar Matemática através da resolução de problemas" está de acordo com os PCN's de Matemática, pois tem seu foco voltado à ação por parte dos alunos (BRASIL, 1998). Esse documento apresenta os seguintes objetivos relacionados ao tópico de Geometria

> - Induzir no aluno o entendimento de aspectos espaciais do mundo físico;
> - Desenvolver no aluno a intuição e o raciocínio espaciais;
> - Desenvolver no aluno a capacidade de ler e interpretar argumentos matemáticos, utilizando a Geometria como meio para representar os conceitos e as relações Matemáticas;
> - Proporcionar ao aluno meios de estabelecer o conhecimento necessário para auxiliá-lo no estudo de outros ramos da Matemática e de outras disciplinas, visando uma interdisciplinaridade dinâmica e efetiva;
> - Desenvolver no aluno habilidades que favoreçam a construção do seu pensamento lógico, preparando-o para os estudos mais avançados em outros níveis de escolaridade (BRASIL, 1998, p. 51).

Assim, por meio dos PCN's de Matemática (BRASIL, 1998), a Geometria passa a ser revalorizada. Entende-se que, nessa primeira década do século XXI, ensinar os conteúdos geométricos no Ensino Fundamental, por meio de processos de validação, podem trazer contribuições positivas para o ensino-aprendizagem da Geometria, pois nesses processos estão abarcadas as capacidades para justificar, argumentar e provar os fatos geométricos (NASSER; TINOCO, 2001).

Para tanto, conta-se com uma grande variedade de objetos e situações para trabalhar as circunstâncias geometrizadas, sejam elas, por exemplo, no plano ou no espaço, com figuras planas ou com poliedros. Assim, para se trabalhar com a tendência Resolução de Problemas, os recursos de ensino disponíveis são os mais variados: ilustrações sob forma de desenhos, gravuras, pintura, fotografias, projeções fixas (slides, transparências), projeções móveis (filmes), objetos, globos e mapas, diagramas, plantas, cartazes, murais, televisão, vídeo, computador, jornais, revistas, folhetos, dicionários e livro didático, entre outros.

Ressalta-se que por meio do Plano Nacional do Livro Didático (PNLD), o livro didático é escolhido pelos professores, que analisam a cada três anos, diferentes coleções para o ensino da Matemática. Em 2008, foram analisadas dezesseis coleções, dentre as quais se destaca *Matemática: fazendo a diferença,* de Bonjorno e Olivares (2006), pois, entende-se que essa coleção valoriza tanto a Geometria experimental quanto as formalizações, por meio da explanação dos conteúdos seguida da resolução de problemas, visto que esta não é uma atividade para ser desenvolvida em paralelo ou como aplicação da aprendizagem, mas como uma orientação para a aprendizagem.

Nesse sentido, a Resolução de Problemas proporciona um contexto de aprendizagem de conceitos, de procedimentos e de atitudes matemáticas, conduzindo o aluno a interpretar o enunciado da questão, estruturar a situação que lhe está sendo apresentada e utilizar o que aprendeu para resolver outros problemas.

Leituras complementares:

KRULIK, Stephen; REYS, Robert E. **A resolução de problemas na matemática escolar.** São Paulo: Atual, 2005.

ONUCHIC, Lourdes R.; ALLEVATO, Norma Sueli G. Novas reflexões sobre o ensino–aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, Maria A. V.; BORBA, Marcelo (Orgs.) **Educação Matemática**: pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2005.

POLYA**,** George. **A arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro: Interciência, 1978.

CAPÍTULO 3

CENAS DA SALA DE AULA

Neste capítulo, é proposta uma revisão dos diferentes modos e maneiras de se ensinar os conteúdos geométricos em sala de aula. Para tanto, foram selecionadas experiências que apresentam atividades geométricas elaboradas com os recursos de ensino pertinentes às tendências metodológicas: Formalista Clássica, Formalista Moderna e Resolução de Problemas. Essas experiências serão apresentadas por meio de três cenas comuns nas salas de aula de Matemática e foram escolhidas por apresentarem as seguintes características em comum:

Público alvo:

Alunos da 5ª série do Ensino Fundamental

Duração:

Quatro horas-aula (aproximadamente 200 minutos)

Conteúdos:

Conteúdo Estruturante: Geometrias

Conteúdo Básico: Geometria Plana

Conteúdos Específicos: Triângulos, Quadriláteros, Polígonos e Áreas de regiões planas

Articulação com outros conteúdos específicos: Operações com números naturais (adição e multiplicação) e Unidades de Medida

Justificativa:

É válido saber distinguir as diferentes formas geométricas, planas e espaciais, presentes na natureza, por meio de seus elementos e propriedades, assim como saber representá-las através do desenho. Isso porque, na resolução de diferentes situações-problema, seguramente se faz necessária uma boa capacidade de visão geométrico-espacial, o domínio das ideias de proporcionalidade e semelhança, a compreensão dos conceitos de comprimento, área e volume, bem como saber calculá-los.

Com esses entendimentos, estudar as principais propriedades das figuras geométricas que compõem a Geometria Plana e o cálculo da área dessas formas geométricas possibilita ao aluno entender, por exemplo, a utilização de um GPS (*Global Positioning System* - Sistema de Posicionamento Global). Assim, falar em Geometria, especialmente em Geometria Plana, é falar em uma forma de construção dos conceitos de forma e espaço, necessários para a interpretação do mundo que nos cerca.

Objetivos:

- Definir e reconhecer figuras geométricas planas.
- Calcular a área de figuras planas.
- Entender os principais conceitos de geometria plana, necessários para o estudo de geometria espacial.

Critérios de avaliação:

Durante as atividades propostas em classe será observada a pontualidade no desenvolvimento das tarefas. Na correção das atividades será priorizado o procedimento de cálculo e a busca pela solução dos exercícios e não necessariamente o resultado.

Será analisado o desempenho dos alunos ao longo das atividades, prestando especial atenção à correta identificação das características de cada grupo de figuras e ao uso do vocabulário da área.

3.1 CENA 1: GEOMETRIA PLANA COM APORTES METODOLÓGICOS NA TENDÊNCIA FORMALISTA CLÁSSICA

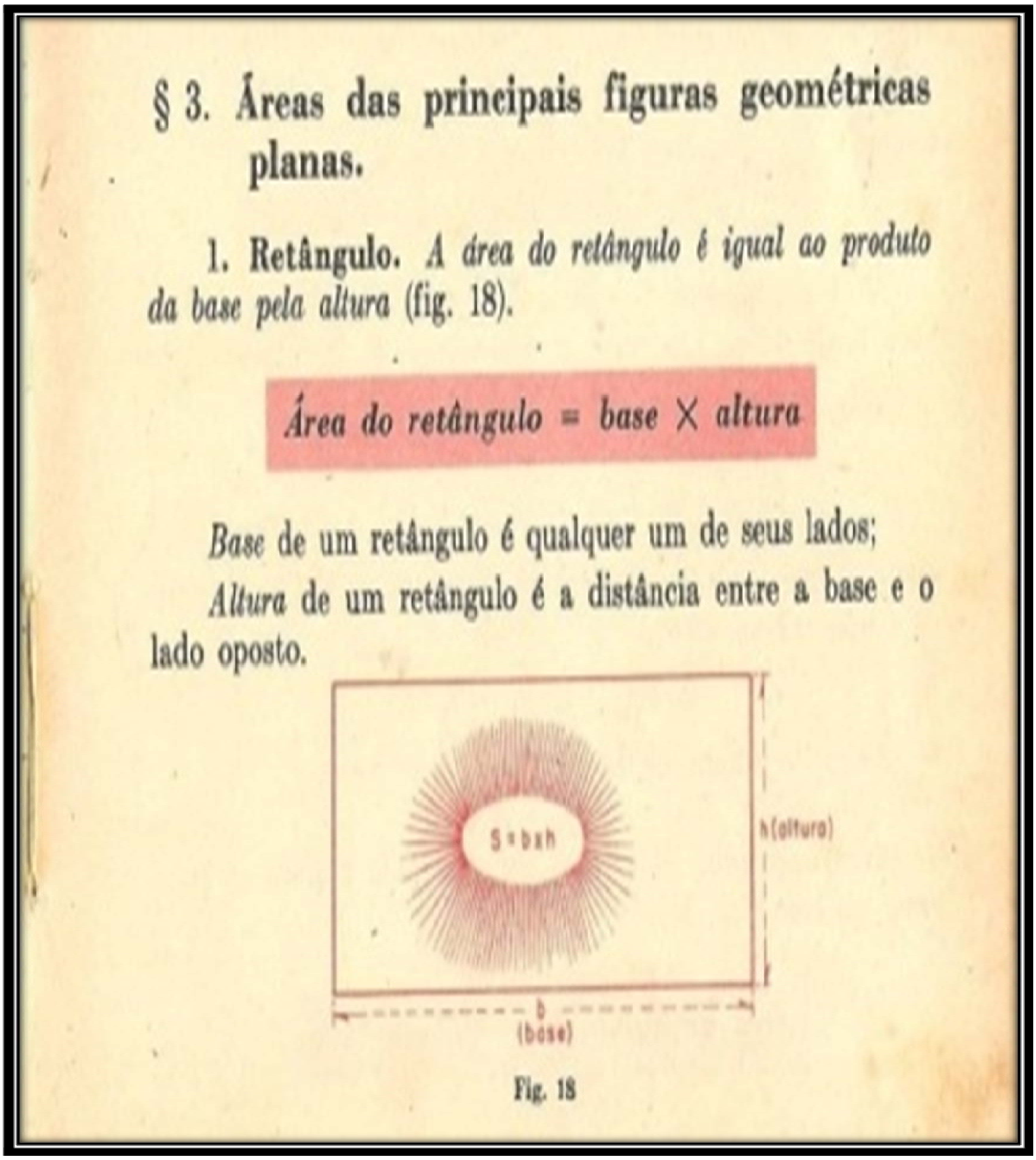
Material:

Livro didático: *Matemática: Curso Ginasial*. Curso Ginasial - 1ª Série (SANGIORGI, 1953)

Materiais escolares: régua, caderno, lápis.

<u>Encaminhamentos metodológicos:</u>

No primeiro dia do desenvolvimento da atividade, o professor solicita que seus alunos façam uma leitura silenciosa do texto: *Áreas das principais figuras geométricas planas*, extraído do livro *Matemática: Curso Ginasial,* de Sangiorgi (1953). Para melhor ilustrar como o conteúdo é apresentado, expõem-se nas FIGURAS 1, 2, 3, 4, 5, 6 e 7 o texto sugerido.



§ 3. Áreas das principais figuras geométricas planas.

1. Retângulo. *A área do retângulo é igual ao produto da base pela altura* (fig. 18).

Área do retângulo = base × altura

Base de um retângulo é qualquer um de seus lados;

Altura de um retângulo é a distância entre a base e o lado oposto.

Fig. 18

Figura 1 – Áreas das figuras planas (a).
Fonte: SANGIORGI, 1953.

194 Matemática — Primeira série ginasial

Indicando a base por b; a altura por h e a área por S, temos a seguinte igualdade:

$$\boxed{S = b \times h}$$

denominada *fórmula da área do retângulo.*

APLICAÇÕES:

1) Calcular a área de um retângulo que tem 3,56 dm de base e 22 cm de altura.

Reduzem-se, primeiramente, a base e a altura na mesma unidade de medida, isto é,

base = 3,56 dm
altura = 22 cm = 2,2 dm

Aplicando a fórmula

$$S = b \times h$$

temos:

$$S = 3{,}56 \text{ dm} \times 2{,}2 \text{ dm}$$
$$S = 7{,}8320 \text{ dm}^2$$

2) Um retângulo tem 96 cm^2 de área. Sabendo-se que a base mede 12 cm, calcular o comprimento da altura.

Como:

$$\begin{array}{ccccc} S & = & b & \times & h \\ \downarrow & & \downarrow & & \\ 96 \text{ cm}^2 & = & 12 \text{ cm} & \times & h \end{array}$$

segue-se que a altura h é obtida dividindo-se a área 96 cm^2 pela base 12 cm, isto é,

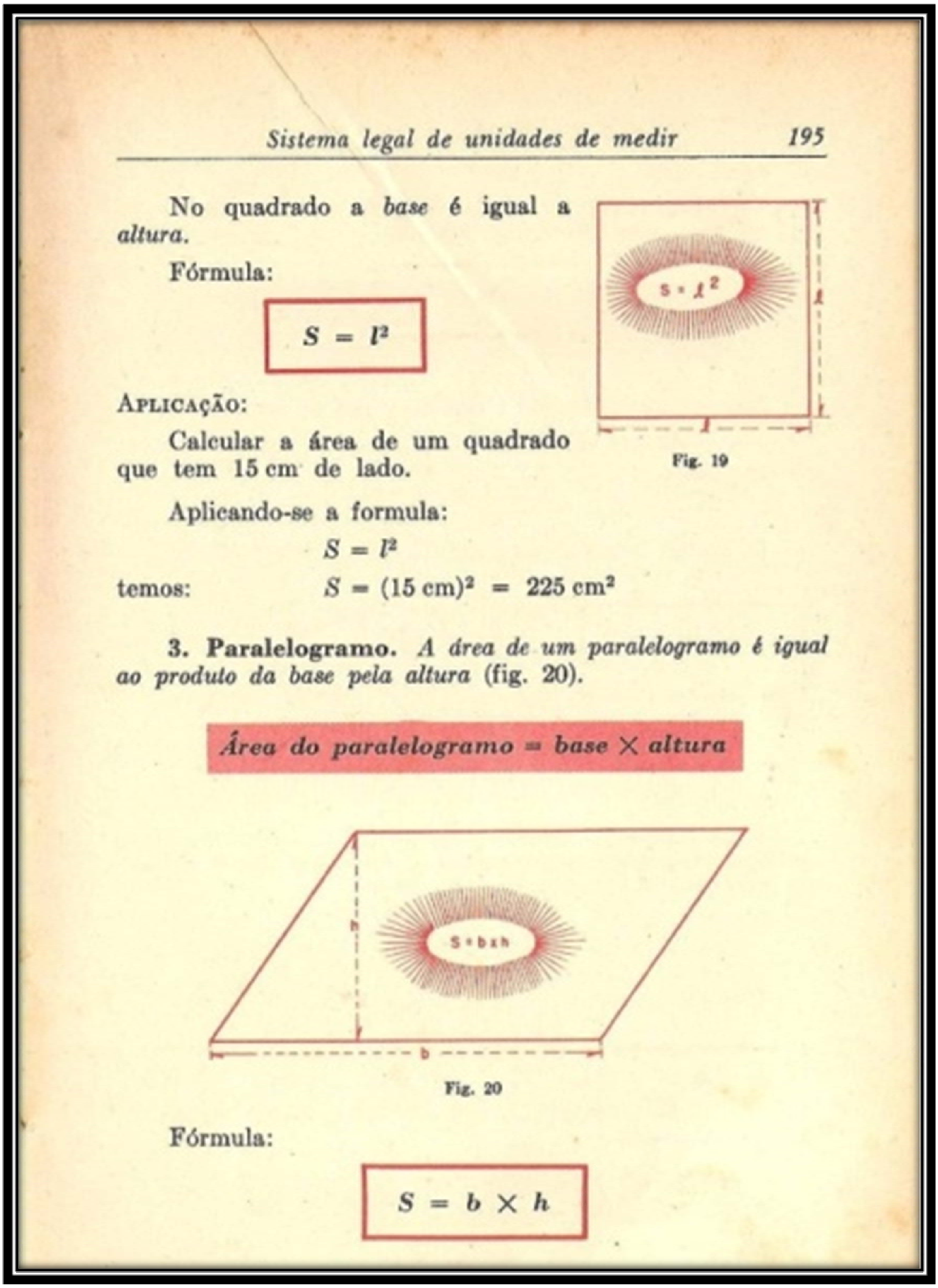
$$96 \text{ cm}^2 : 12 \text{ cm} = 8 \text{ cm}$$

Logo: o comprimento da altura é de 8 cm.

2. Quadrado. *A área de um quadrado é igual ao quadrado do lado* (fig. 19).

Área do quadrado = lado × lado

Figura 2 – Áreas das figuras planas (b).
Fonte: SANGIORGI, 1953.



No quadrado a *base* é igual a *altura*.

Fórmula:

$$\boxed{S = l^2}$$

Fig. 19

APLICAÇÃO:

Calcular a área de um quadrado que tem 15 cm de lado.

Aplicando-se a formula:

$$S = l^2$$

temos: $S = (15\ cm)^2 = 225\ cm^2$

3. Paralelogramo. *A área de um paralelogramo é igual ao produto da base pela altura* (fig. 20).

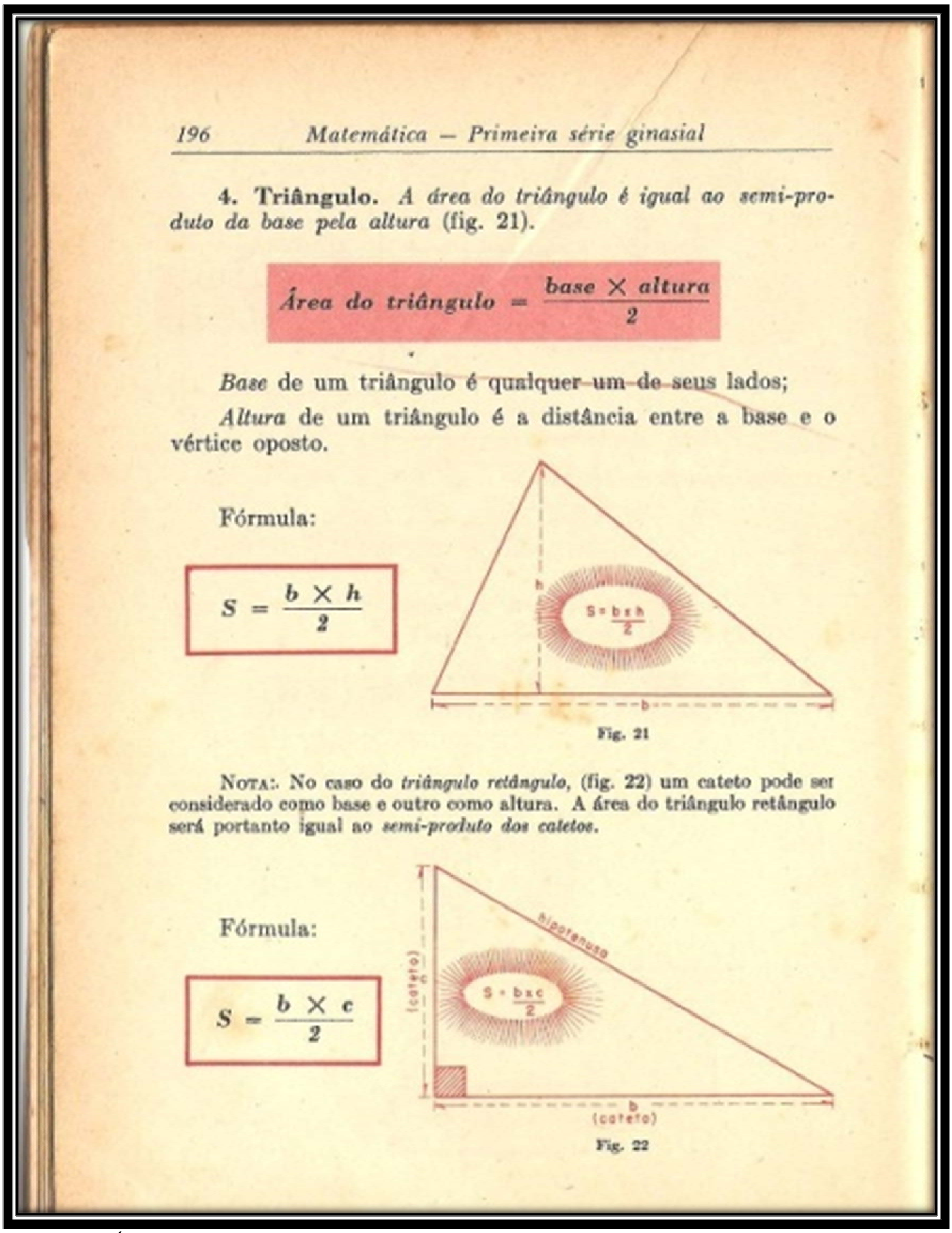
Área do paralelogramo = base × altura

Fig. 20

Fórmula:

$$\boxed{S = b \times h}$$

Figura 3 – Áreas das figuras planas (c).
Fonte: SANGIORGI, 1953.



196 *Matemática — Primeira série ginasial*

4. Triângulo. *A área do triângulo é igual ao semi-produto da base pela altura* (fig. 21).

$$\textit{Área do triângulo} = \frac{\textit{base} \times \textit{altura}}{2}$$

Base de um triângulo é qualquer um de seus lados;

Altura de um triângulo é a distância entre a base e o vértice oposto.

Fórmula:

$$S = \frac{b \times h}{2}$$

Fig. 21

NOTA: No caso do *triângulo retângulo*, (fig. 22) um cateto pode ser considerado como base e outro como altura. A área do triângulo retângulo será portanto igual ao *semi-produto dos catetos*.

Fórmula:

$$S = \frac{b \times c}{2}$$

Fig. 22

Figura 4 – Áreas das figuras planas (d).
Fonte: SANGIORGI, 1953.

5. Trapézio. *A área de um trapézio é igual ao produto da semi-soma das bases pela altura* (fig. 23).

$$\textit{Área do trapézio} = \frac{(\textit{base maior} + \textit{base menor}) \times \textit{altura}}{2}$$

Fórmula:

$$\boxed{S = \frac{b + b'}{2} \times h}$$

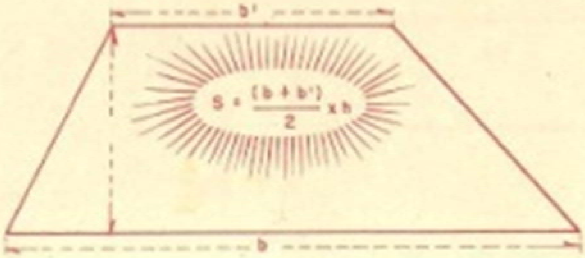


Fig. 23

APLICAÇÃO.

Calcular a área de um trapézio, cujas bases medem, respectivamente 16 cm e 12 cm e a altura 8 cm.

Aplicando-se a fórmula:

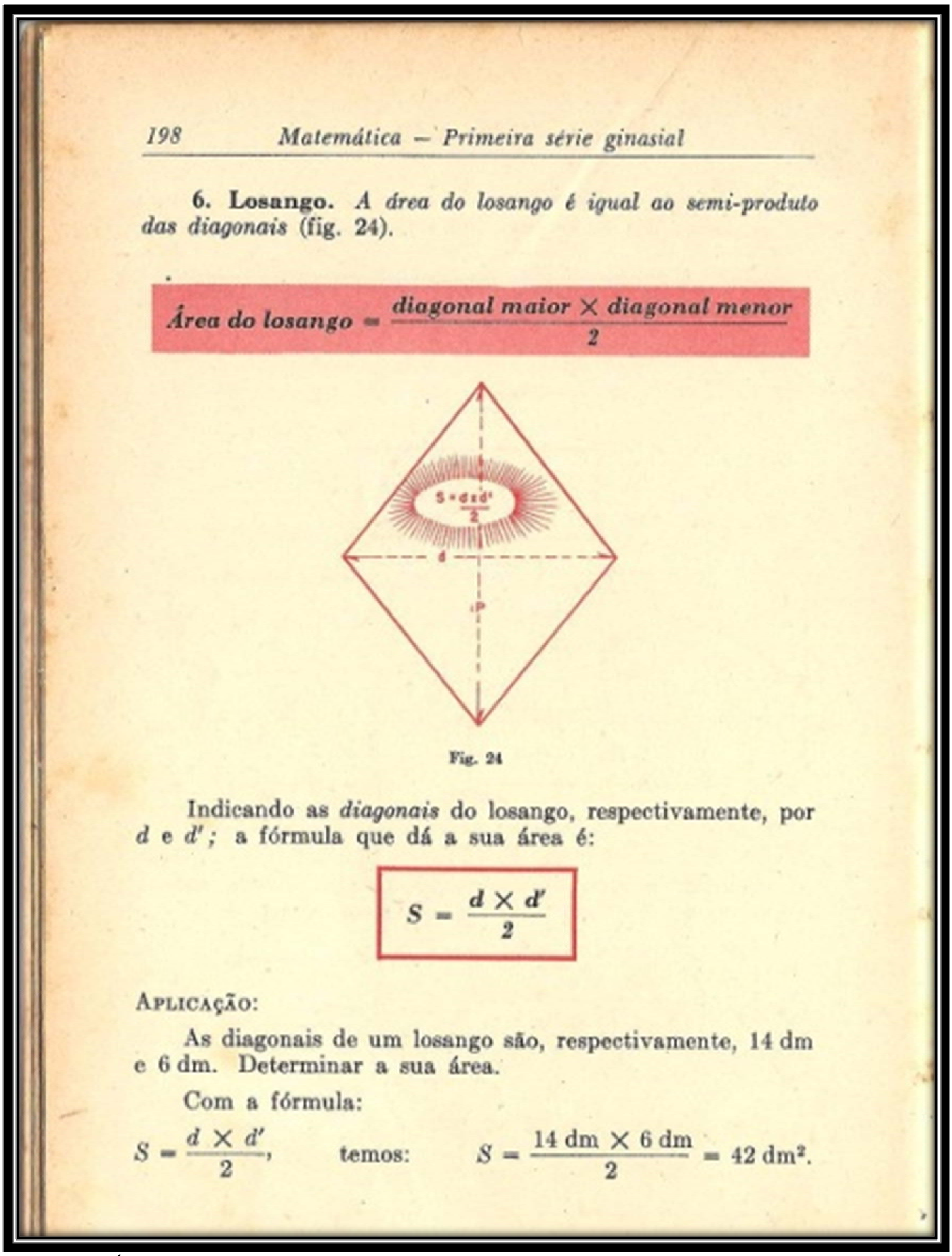
$$S = \frac{b + b'}{2} \times h$$

temos:

$$S = \frac{16\text{ cm} + 12\text{ cm}}{2} \times 8\text{ cm}$$

$$S = \frac{28\text{ cm}}{2} \times 8\text{ cm} = 14\text{ cm} \times 8\text{ cm} = 112\text{ cm}^2$$

Figura 5 – Áreas das figuras planas (e).
Fonte: SANGIORGI, 1953.



6. Losango. *A área do losango é igual ao semi-produto das diagonais* (fig. 24).

$$\text{Área do losango} = \frac{\text{diagonal maior} \times \text{diagonal menor}}{2}$$

Fig. 24

Indicando as *diagonais* do losango, respectivamente, por *d* e *d'*; a fórmula que dá a sua área é:

$$\boxed{S = \frac{d \times d'}{2}}$$

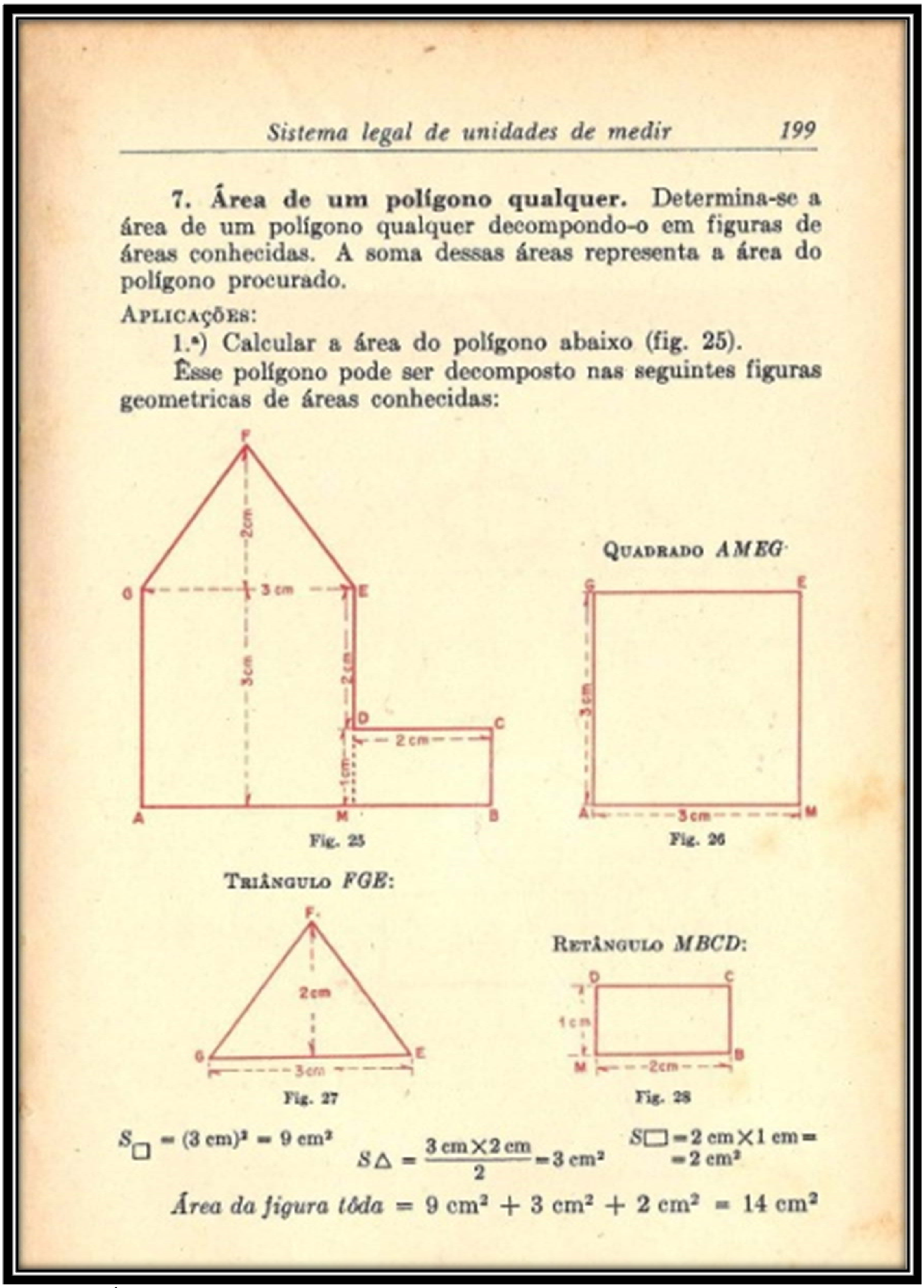
APLICAÇÃO:

As diagonais de um losango são, respectivamente, 14 dm e 6 dm. Determinar a sua área.

Com a fórmula:

$S = \dfrac{d \times d'}{2}$, temos: $S = \dfrac{14\text{ dm} \times 6\text{ dm}}{2} = 42\text{ dm}^2$.

Figura 6 – Áreas das figuras planas (f).
Fonte: SANGIORGI, 1953.



Sistema legal de unidades de medir 199

7. Área de um polígono qualquer. Determina-se a área de um polígono qualquer decompondo-o em figuras de áreas conhecidas. A soma dessas áreas representa a área do polígono procurado.

APLICAÇÕES:

1.ª) Calcular a área do polígono abaixo (fig. 25).

Êsse polígono pode ser decomposto nas seguintes figuras geometricas de áreas conhecidas:

Fig. 25

QUADRADO *AMEG*

Fig. 26

TRIÂNGULO *FGE*:

Fig. 27

RETÂNGULO *MBCD*:

Fig. 28

$S_{\square} = (3\text{ cm})^2 = 9\text{ cm}^2$

$S\triangle = \dfrac{3\text{ cm} \times 2\text{ cm}}{2} = 3\text{ cm}^2$

$S\square = 2\text{ cm} \times 1\text{ cm} = 2\text{ cm}^2$

Área da figura tôda $= 9\text{ cm}^2 + 3\text{ cm}^2 + 2\text{ cm}^2 = 14\text{ cm}^2$

Figura 7 – Áreas das figuras planas (g).
Fonte: SANGIORGI, 1953.

Após a leitura sugerida, o professor inicia uma explicação oral, intercalada com registros feitos no quadro de giz, sobre as formas e as áreas das seguintes figuras geométricas planas: retângulo, quadrado e paralelogramo. Ressalta-se que o professor faz essas explicações em consonância com o aporte teórico da tendência Formalista Clássica. Ao término, solicita que os alunos copiem as anotações feitas, por ele, no quadro de giz.

Apontamentos que podem ser feitos pelo professor durante a explicação:

Um retângulo é um paralelogramo cujos lados formam ângulos retos entre si e que, por isso, possui dois pares de lados paralelos de mesma medida.

Uma figura geométrica é denominada quadrado quando possui quatro lados iguais e quatro ângulos retos.

Um paralelogramo é um polígono de quatro lados (quadrilátero) cujos lados opostos são iguais e paralelos. Por conseguinte, tem ângulos opostos iguais.

SANGIORGI, 1953 – adaptado

No segundo dia da atividade, o professor continua a explicação oral e o registro no quadro de giz, agora sobre as figuras geométricas planas: triângulo, losango e trapézio. Novamente, ao término das explicações, ele solicita que os alunos copiem as anotações feitas no quadro de giz. Salienta-se que não foi usado nenhum objeto para ilustrar as demonstrações.

Mais apontamentos sobre as figuras geométricas planas....

No plano, triângulo (também aceito como trilátero) é a figura formada por três lados e três ângulos internos que somam 180°.

Também podemos dizer que o triângulo é a união de três pontos não-colineares e por três segmentos de reta.

Uma superfície cujos limites é um losango, designa-se por superfície rômbica.

SANGIORGI, 1953 – adaptado

No terceiro dia do desenvolvimento da atividade, com o objetivo de aplicar o tema estudado, o professor propõe aos alunos a resolução de alguns exercícios. Sugere-se algumas atividades extraídas do livro *Matemática: Curso Ginasial,* de Sangiorgi (1953).

ATIVIDADES

1) Calcular a área do retângulo cujas dimensões são: base: 4,5 m; altura 2,3 m.

2) O perímetro de um retângulo é igual a 32 dm e a base vale o triplo da altura. Qual é a área?

3) Um quadrado tem 36 dm por perímetro. Qual é o valor de sua área?

4) Calcular em dam², a área das seguintes figuras:

a) retângulo (base: 12,32 dam; altura: 8 dam)

b) quadrado (lado: 4,21 dm)

c) paralelogramo (base: 18,36 m; altura: $\frac{1}{3}$ do valor da base

5) Um losango tem as suas diagonais medindo respectivamente 12,35 dm e 8,4 dm. Calcular o valor de sua área em cm².

6) Um triângulo tem 64m² de área e a sua altura é igual a 80 dm. Qual é o valor de sua base?

7) Calcular a área de um trapézio, sabendo-se que a base maior mede 3,8 m, a base menor 2,6 m e a altura 3,2 m.

No quarto dia da atividade, no decorrer de toda a aula, o professor resolve, no quadro de giz, os exercícios propostos no dia anterior. Ressalta-se que os alunos devem proceder às correções necessárias das atividades, comparando o escrito pelo professor, no quadro de giz, com a resolução em seus cadernos. Ao término, o professor comunica que na próxima aula será feito um estudo sobre o tema: volume dos sólidos geométricos, desta forma finalizando o conteúdo.

Referência:

SANGIORGI, Oswaldo. **Matemática:** curso ginasial - 1ª série. 60. ed. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1953.

3.2 CENA 2: GEOMETRIA COM APORTES METODOLÓGICOS NA TENDÊNCIA FORMALISTA MODERNA

Material:

Livro didático: *Matemática: Curso Moderno* (BÓSCOLO; CASTRUCCI, 1971)

Materiais escolares: régua, caderno, lápis.

Encaminhamentos metodológicos:

No primeiro dia do desenvolvimento da atividade, o professor inicia a aula explicando sobre o conteúdo: área das figuras geométricas planas (retângulo, quadrado e paralelogramo). Para os alunos acompanharem a explicação, o professor solicita que os mesmos observem as fórmulas usadas para tais cálculos, expostas no texto *Áreas de figuras planas* extraído do livro didático, Matemática Curso Moderno, de Bóscolo e Castrucci (1971). Expõe-se nas FIGURAS 8, 9 e 10, o referido texto.

ÁREAS DE FIGURAS PLANAS

3. ÁREA

A medida de uma superfície chama-se **área** da superfície.

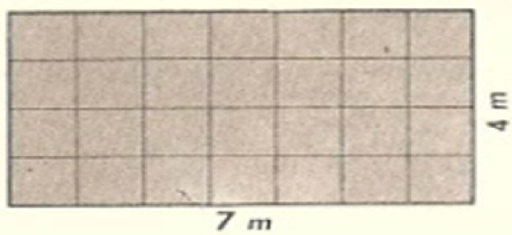
Assim, por exemplo, a *área* da superfície da Terra é 510.000.000 km^2, aproximadamente.

Na prática, a área das superfícies não se mede diretamente, mas *calcula-se* por meio de **fórmulas** próprias, algumas das quais veremos a seguir.

Área do retângulo

Já vimos como se pode **medir a superfície** de um retângulo dividindo-o em quadrados.

Assim, por exemplo, a superfície de um retângulo de $7m$ de comprimento por $4\ m$ de largura pode ser dividida em 28 quadrados de $1\ m$ de lado, isto é, a **área do retângulo** é 28 m^2.



Observemos que a *área* de um retângulo pode ser obtida diretamente, sem fazer a figura, **multiplicando entre si as medidas dos lados do retângulo,** desde que expressas na mesma unidade de medida.

Figura 8 – Áreas das figuras planas (a).
Fonte: BÓSCOLO; CASTRUCCI, 1971.

246 CAPÍTULO 17

Exemplos:

a área do retângulo acima é $4 \cdot 7 = 28\ m^2$;

a área do retângulo cujos lados medem 3 *cm* e 12 *cm* é $3 \cdot 12 = 36\ cm^2$.

De modo geral, se os lados medem, com a mesma unidade de medida, **b** e **a**, a área do retângulo é dada pela **fórmula:**

$$A_R = b \cdot a$$

Como os lados do retângulo são denominados *comprimento* e *largura* ou *base* e *altura*, pode-se escrever também:

$$A_R = \text{med. comprimento} \cdot \text{med. largura}$$

ou

$$A_R = \text{med. base} \cdot \text{med. altura}$$

Exemplo:

Calcular a área de um retângulo cujo comprimento mede 8 *m* e cuja largura mede 25 *cm*.

Temos: $A_R = b \cdot a$; $8m = 800cm$ $\therefore A_R = 25 \cdot 800 = 20.000\ cm^2 = 2\ m^2$

Área do quadrado

O **quadrado** é um *retângulo de lados congruentes*, isto é, de medidas iguais.

Portanto, a sua área é dada pela mesma fórmula, onde agora **a** = **b**:

$$A_Q = a \cdot a \quad \text{ou} \quad A_Q = a^2$$

Exemplo:

Calcular a área do quadrado cujo lado mede 25 *cm*.

Temos: $A_Q = a \cdot a \quad \therefore \quad A_Q = 25 \cdot 25 = 625\ cm^2$

Figura 9 – Áreas das figuras planas (b).
Fonte: BÓSCOLO; CASTRUCCI, 1971.

Área do paralelogramo

Consideremos um paralelogramo qualquer desenhado sôbre uma fôlha de papel e destacado da fôlha por meio de um corte ao longo dos lados (fig. 1).

Por meio de um nôvo corte ao longo da **altura**, destaquemos o triângulo T e coloquemos êsse triângulo justaposto à direita da parte restante de modo a formar o retângulo da fig. 2.

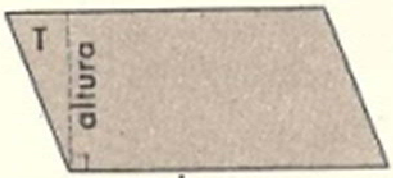


Fig. 1

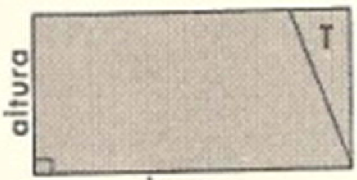


Fig. 2

Como se vê, a **superfície** colorida *não sofreu alteração*, mas o paralelogramo ficou transformado num retângulo de *mesma base e mesma altura*, cuja área sabemos calcular. Portanto,

$$A_P = A_R$$

Se **b** fôr a medida da base e a a medida da altura do paralelogramo e, portanto, do retângulo também, teremos:

$$\boxed{A_P = b \cdot a}$$

Exemplo:

Calcular a área de um paralelogramo sabendo que a base mede 2 *dam* e a altura, 8 *dm*.

Temos: $A_P = b \cdot a$; $2\ dam = 20\ m$; $8\ dm = 0{,}8\ m$

$\therefore A_P = 20 \cdot 0{,}8 = 16\ m^2$

Figura 10 – Áreas das figuras planas (c).
Fonte: BÓSCOLO; CASTRUCCI, 1971.

Paralelamente à explicação oral, o professor pode registrar, no quadro de giz, o conjunto de fórmulas usadas para calcular a área do retângulo, do quadrado e do paralelogramo. Ao término, ele solicita que os alunos copiem as anotações feitas no quadro de giz. Seguem algumas sugestões para o registro:

Para calcular a área de algumas figuras geométricas bidimensionais:

Retângulo

Ar = b x a   (b = base; a = altura)

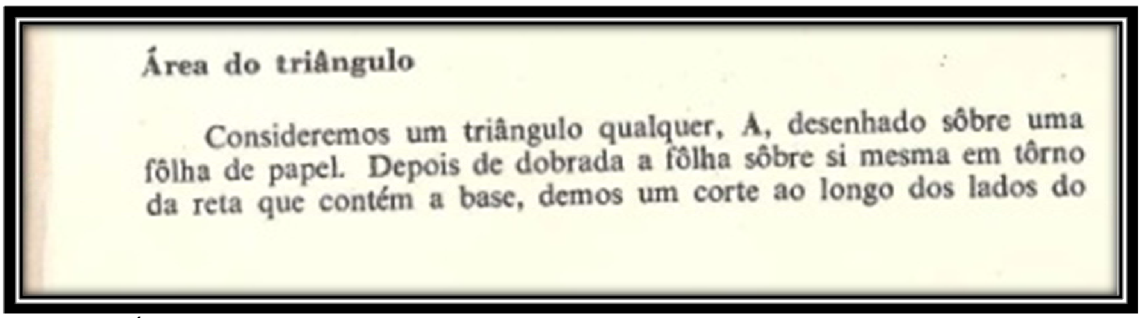
Quadrado

Aq = a x a ou Aq = a^2 (a=lado)

Paralelogramo

Ap = b x a   (b = base; a = altura)

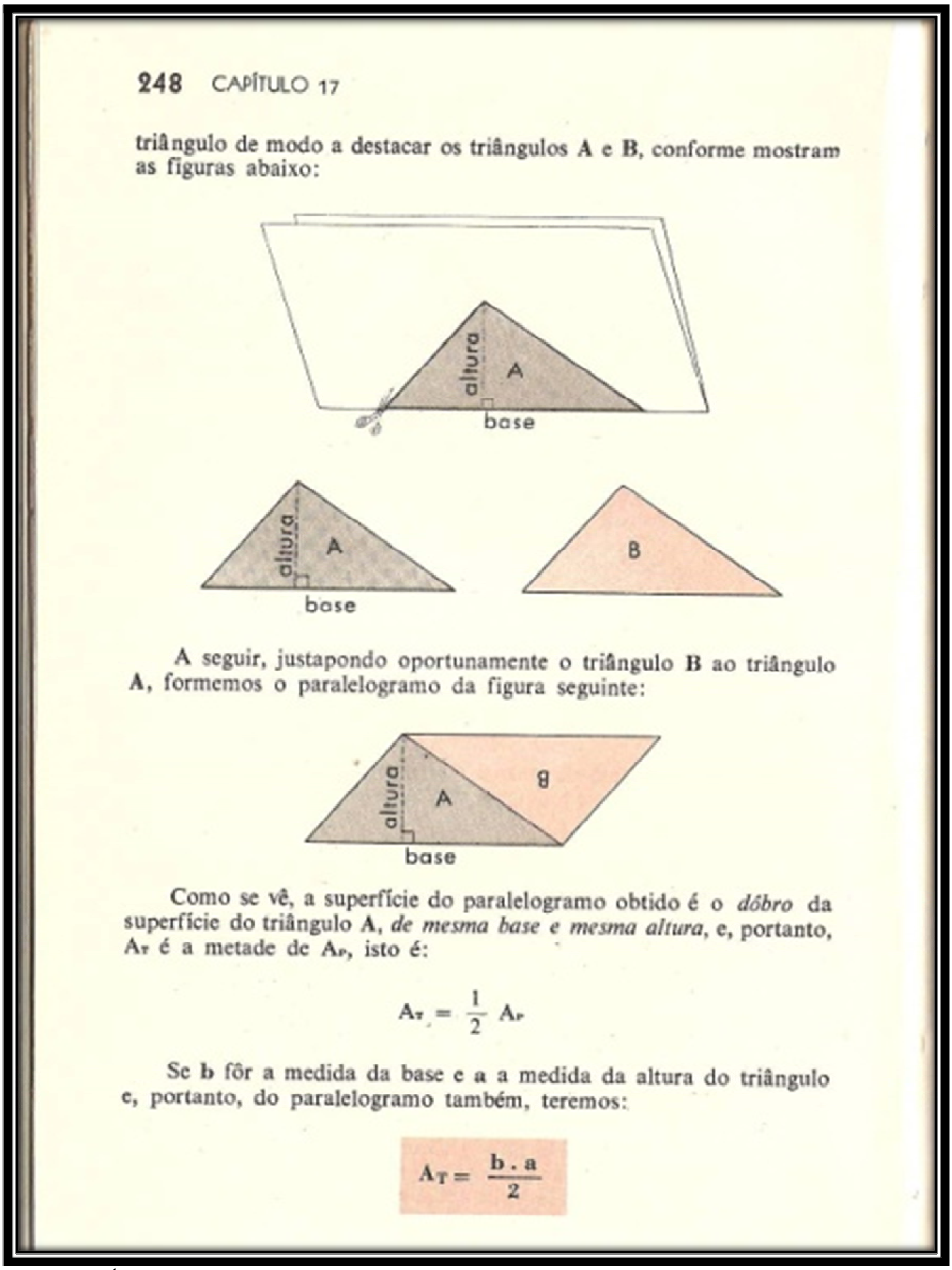
No segundo dia da atividade, o professor retoma as explicações anteriores e prossegue com as orientações sobre o cálculo das áreas das figuras planas: triângulo, trapézio e losango. Os alunos devem acompanhar as explicações do professor no texto *Áreas de figuras planas*, extraído do livro didático, *Matemática Curso Moderno,* de Bóscolo e Castrucci (1971). As FIGURAS 11, 12, 13, 14 e 15 mostram esse texto.



Área do triângulo

Consideremos um triângulo qualquer, A, desenhado sôbre uma fôlha de papel. Depois de dobrada a fôlha sôbre si mesma em tôrno da reta que contém a base, demos um corte ao longo dos lados do

Figura 11 – Áreas das figuras planas (d).
Fonte: BÓSCOLO; CASTRUCCI, 1971.



248 CAPÍTULO 17

triângulo de modo a destacar os triângulos **A** e **B**, conforme mostram as figuras abaixo:

A seguir, justapondo oportunamente o triângulo **B** ao triângulo **A**, formemos o paralelogramo da figura seguinte:

Como se vê, a superfície do paralelogramo obtido é o *dôbro* da superfície do triângulo **A**, *de mesma base e mesma altura*, e, portanto, A_T é a metade de A_P, isto é:

$$A_T = \frac{1}{2} A_P$$

Se **b** fôr a medida da base e **a** a medida da altura do triângulo e, portanto, do paralelogramo também, teremos:

$$\boxed{A_T = \frac{b \cdot a}{2}}$$

Figura 12 – Áreas das figuras planas (e).
Fonte: BÓSCOLO; CASTRUCCI, 1971.

ÁREAS **249**

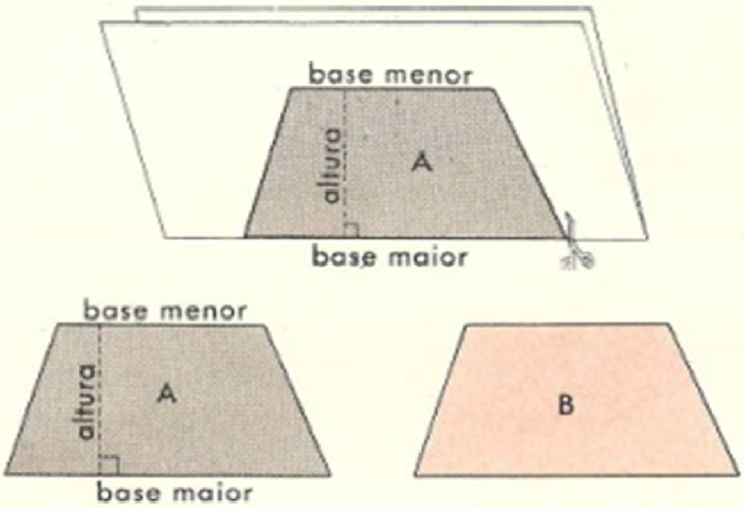
Exemplo:

Calcular a área de um triângulo cuja base mede 0,35 *hm* e cuja altura mede 90 *m*.

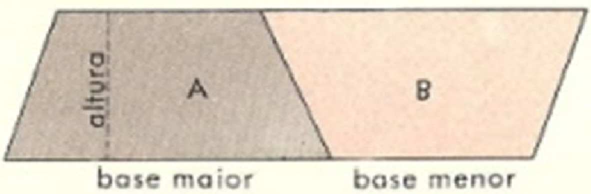
Temos: $A_T = \dfrac{b \cdot a}{2}$; $0{,}35\ hm = 35\ m$ $\therefore A_T = \dfrac{35 \cdot 90}{2} =$ $= 1.575\ m^2$.

Área do trapézio

Da mesma forma que fizemos para o triângulo, recortemos os trapézios **A** e **B** (figuras abaixo):



A seguir, justapondo oportunamente o trapézio **B** ao trapézio **A**, formemos o paralelogramo da figura seguinte:



Como se vê, a superfície do paralelogramo obtido é o dôbro da superfície do trapézio **A**, de *mesma altura*, e, portanto, $A_t = \dfrac{1}{2} A_P$.

Figura 13 – Áreas das figuras planas (f).
Fonte: BÓSCOLO; CASTRUCCI, 1971.

Se **b** e **b′** forem as medidas das bases e **a** a medida da altura do trapézio, como a base do paralelogramo mede $(\mathbf{b} + \mathbf{b'})$, temos:

$$A_Z = \frac{(b + b').a}{2}$$

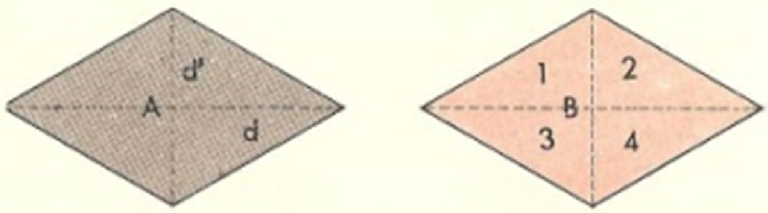
Exemplo:

Calcular a área de um trapézio cujas bases medem 8 *m* e 12 *m* e a altura mede 5 *m*.

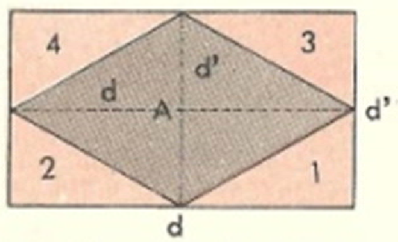
Temos: $A_z = \frac{(b + b').a}{2} \quad \therefore \; A_z = \frac{(8 + 12).5}{2} = 50\,m^2.$

Área do losango

Da mesma forma que fizemos para o triângulo e para o trapézio, recortemos os losangos **A** e **B** (figuras abaixo):

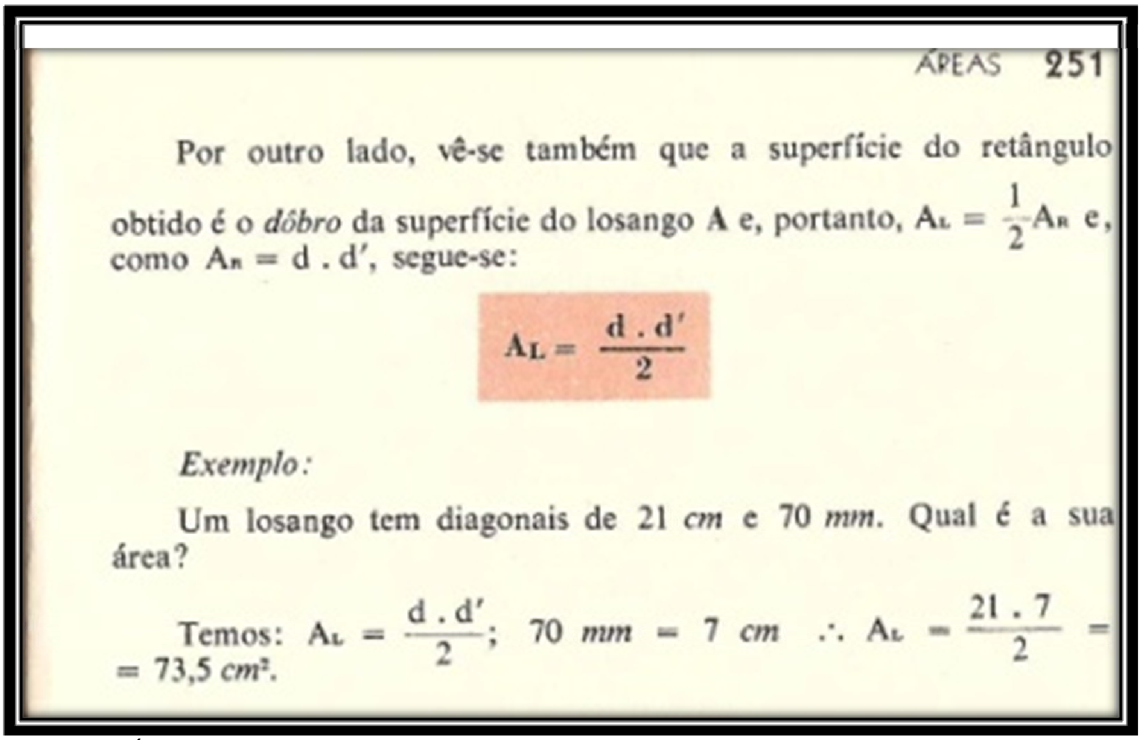


A seguir, por meio de novos cortes ao longo das diagonais, dividamos o losango **B** nos triângulos 1, 2, 3, e 4 e coloquemos êsses triângulos justapostos ao losango **A** de modo a formar o retângulo da figura seguinte:



Se **d** fôr a medida da diagonal maior e **d′** a medida da diagonal menor, vê-se logo que **d** é também a medida da base e **d′** a medida da altura do retângulo obtido.

Figura 14 – Áreas das figuras planas (g).
Fonte: BÓSCOLO; CASTRUCCI, 1971.



ÁREAS 251

Por outro lado, vê-se também que a superfície do retângulo obtido é o *dôbro* da superfície do losango A e, portanto, $A_L = \frac{1}{2} A_R$ e, como $A_R = d \cdot d'$, segue-se:

$$\boxed{A_L = \frac{d \cdot d'}{2}}$$

Exemplo:

Um losango tem diagonais de 21 *cm* e 70 *mm*. Qual é a sua área?

Temos: $A_L = \frac{d \cdot d'}{2}$; 70 *mm* = 7 *cm* $\therefore$ $A_L = \frac{21 \cdot 7}{2} =$ $= 73{,}5\ cm^2$.

Figura 15 – Áreas das figuras planas (h).
Fonte: BÓSCOLO; CASTRUCCI, 1971.

Paralelamente à exposição oral, o professor vai registrando no quadro de giz o conjunto de fórmulas para calcular a área das figuras planas estudadas. Sugere-se:

Para calcular a área de algumas figuras geométricas bidimensionais:

Triângulo

Ar = b x a / 2 (b= altura; h = base)

Trapézio

Az = b + b’ / 2 (B = base maior; b = base menor; h = altura)

Losango

Al = d x d’ / 2 (D = diagonal maior; d = diagonal menor)

No terceiro dia da atividade, o professor proporciona aos alunos a resolução de alguns exercícios, como por exemplo, os expostos no livro *Matemática Curso Moderno*, de Bóscolo e Castrucci (1971).

ATIVIDADES

1) Completar o quadro de medidas dos seguintes quadrados:

lado	área
13 m	
0,25 cm	
1,2 km	

2) Completar o quadro de medidas dos seguintes paralelogramos:

base	altura	área
21 cm	9 cm	
4,5 m	80 cm	
3 hm	27 dam	

3) Completar o quadro de medidas dos seguintes triângulos:

base	altura	área
7 dm	9 dm	
8 dam	1,4 hm	
2,5 m	90 cm	

4) Completar o quadro de medidas dos seguintes trapézios:

base maior	base menor	altura	área
12 m	8 m	5 m	
6 km	33 dam	28 m	
2,5 dm	10 cm	22 mm	

5) Completar o quadro de medidas dos seguintes losangos:

diag. maior	diag. menor	área
9 dam	6,6 dam	
1,5 m	70 cm	
7 cm	105 mm	

No quarto dia, o professor faz a correção, no quadro, dos exercícios propostos no dia anterior, solicitando que os alunos assinalem as atividades feitas corretamente, apaguem as erradas e copiem a resolução certa.

Referência:

BÓSCOLO, Alcides; CASTRUCCI, Benedito. **Matemática:** curso moderno. São Paulo: FTD, 1971. v. 1

3.3 CENA 3: GEOMETRIA COM APORTES METODOLÓGICOS NA TENDÊNCIA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Material:

Livro didático: *Matemática: fazendo a diferença* (BONJORNO; OLIVARES, 2006).

Materiais escolares: régua, caderno, lápis, tesoura, cola.

Objetos do dia-a-dia: caixa de leite, de remédio, chá, pasta de dente, sabonete, lata de refrigerante, de azeite, entre outros.

Encaminhamentos metodológicos:

No primeiro dia do desenvolvimento da atividade, o professor propõe para seus alunos uma situação-problema em consonância com a tendência Resolução de Problemas. Expõem-se na sequência uma sugestão de situação-problema.

Nos voos comerciais, os passageiros têm direito de levar uma bagagem de mão, desde que algumas condições sejam respeitadas, para evitar excesso de peso e permitir o acondicionamento no compartimento interno do avião.

Nos voos realizados nos aviões tipo Boeing 737, a soma das medidas do comprimento (A), da largura (B) e da altura (C) da bagagem não deve exceder 115 cm. Lembre que a sua bagagem de mão não deve pesar mais de 5 Kg

Considerando que a maioria das bagagens tem o formato de um bloco retangular, é possível carregar para dentro do compartimento de bagagem de mão, uma caixa para presente, vazia, com as seguintes dimensões: 40 cm X 40 cm X 35 cm?

BIGODE, 2000. - Adaptado

O professor organiza a turma em equipes, com quatro alunos cada uma, para que eles construam uma bagagem de mão e uma caixa de presentes de acordo com as informações contidas na situação-problema. Cabe explicar que cada equipe receberá cinco metros de papel manilha para fazer as respectivas construções. No decorrer desse processo, o professor propõe que os alunos escrevam em seus cadernos, o formato e as características geométricas que a bagagem de mão e a caixa de presentes apresentam.

Enquanto os alunos fazem a atividade, o professor circula pela sala, auxiliando os grupos, explicando e tirando as dúvidas que vão surgindo. Observa, também, como está o envolvimento dos alunos no andamento da atividade, podendo enriquecê-la com outras questões.

SUGESTÕES

Que medidas deve ter uma mala com volume máximo?

Qual o formato que a mala com volume máximo deverá ter?

Existe relação entre a forma e o volume de uma embalagem?

A partir dessas questões, os alunos levantarão hipóteses que poderão ser registradas e guardadas, para confronto posterior com os dados obtidos a partir do trabalho. No término dessa aula, com a bagagem de mão e a caixa de presentes construídas, os alunos devem fazer um teste para verificar se o encaixe é possível e discutir possíveis soluções para a situação-problema inicial.

No segundo dia da atividade, os alunos apresentam à classe a discussão, a síntese e as conclusões a que a equipe chegou sobre o formato, a capacidade e o encaixe da bagagem com a embalagem construída. Nesse momento, é interessante o professor fazer uso de algumas embalagens, tais como caixa de leite, de remédio, chá, pasta de dente, sabonete, lata de refrigerante, de azeite, entre outros, para que os alunos reconheçam seu tamanho e forma.

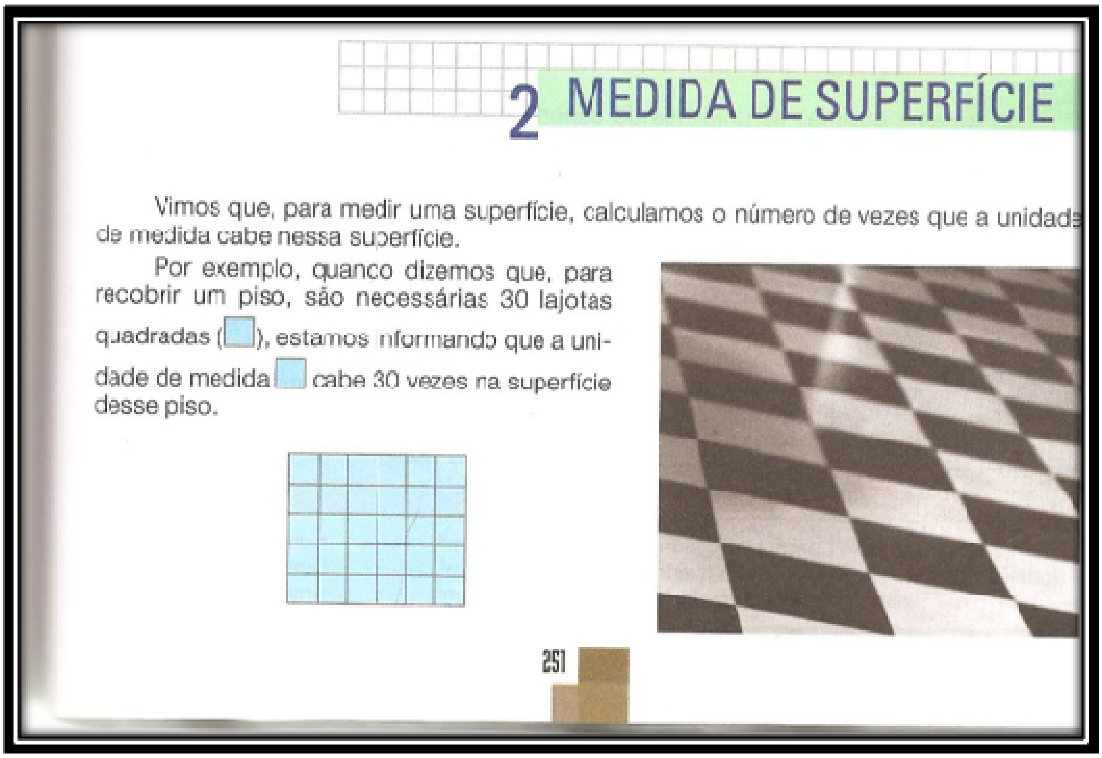
O professor propõe que os alunos classifiquem essas embalagens, seguindo alguns conceitos de: formas das faces, número de faces, arestas e vértices de uma superfície poliédrica (plano, reta e ponto), entre outros. As classificações poderão ser registradas em cartolina, para posterior apresentação à classe. O professor deve destacar as classificações relacionadas com a forma, sugerindo um trabalho mais sistemático e utilizando conceitos geométricos. Ao final da atividade, todos os registros dos grupos devem ser apresentados à classe para uma discussão e uma possível síntese que deverá ser registrada individualmente ou em equipe.

No terceiro dia da atividade, o professor propõe aos alunos a tarefa de calcular algebricamente a área das superfícies planas envolvidas no processo de construção de uma embalagem.

SUGESTÕES

Para essa atividade, sugere-se escolher, inicialmente, embalagens com formas mais definidas, como por exemplo, paralelepípedos, cubos e cilindros.

Nesse momento, os alunos passam a utilizar o livro didático *Matemática: fazendo a diferença*, de Bonjorno e Olivares (2006), como apoio, para realizar os cálculos necessários a fim de mensurar a área da embalagem escolhida. Expõem-se alguns trechos observados nas FIGURAS 16, 17, 18, 19 e 20.



2 MEDIDA DE SUPERFÍCIE

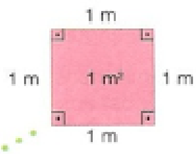
Vimos que, para medir uma superfície, calculamos o número de vezes que a unidad de medida cabe nessa superfície.

Por exemplo, quando dizemos que, para recobrir um piso, são necessárias 30 lajotas quadradas ( ), estamos informando que a unidade de medida cabe 30 vezes na superfície desse piso.

251

Figura 16 – Área das figuras planas (a).
Fonte: BONJORNO; BONJORNO, OLIVARES, 2006.

Vimos, também, que a unidade de base para medir superfícies é o **metro quadrado** (m^2).



Um metro quadrado (1 m^2) é a área de um quadrado com 1 m de lado.
$1\ m \cdot 1\ m = 1\ m^2$

Assim, 1 centímetro quadrado (cm^2) é a área de um quadrado de 1 centímetro de lado.

Um centímetro quadrado (1 cm^2) é a área de um quadrado com 1 cm de lado.
$1\ cm \cdot 1\ cm = 1\ cm^2$

Do mesmo modo, 1 decímetro quadrado (dm^2) é a área de um quadrado com 1 decímetro (dm) de lado. Como 1 dm = 10 cm:

$$\boxed{1\ dm^2 = 1\ dm \cdot 1\ dm = 10\ cm \cdot 10\ cm = 100\ cm^2}$$

Observe que 1 cm^2 cabe 100 vezes em 1 dm^2, ou:

$$\boxed{1\ dm^2 = 100\ cm^2}$$

No sistema decimal, as unidades de superfície se relacionam de forma análoga às unidades de comprimento: cada unidade de superfície é igual a 100 vezes a unidade imediatamente menor e é igual a $\frac{1}{100}$ da unidade imediatamente maior. Veja a tabela de múltiplos e submúltiplos do metro quadrado:

	Unidade	Símbolo	Valor
Múltiplos	quilômetro quadrado hectômetro quadrado decâmetro quadrado	km^2 hm^2 dam^2	$1\ km^2 = 1\,000\,000\ m^2$ $1\ hm^2 = 10\,000\ m^2$ $1\ dam^2 = 100\ m^2$
Unidade de base	metro quadrado	m^2	
Submúltiplos	decímetro quadrado centímetro quadrado milímetro quadrado	dm^2 cm^2 mm^2	$1\ dm^2 = 0{,}01\ m^2$ $1\ cm^2 = 0{,}0001\ m^2$ $1\ mm^2 = 0{,}000001\ m^2$

252

Figura 17 – Área das figuras planas (b).
Fonte: BONJORNO; BONJORNO, OLIVARES, 2006.

Os múltiplos são usados para medir grandes superfícies, como a área de um país.

Os submúltiplos servem para medir pequenas superfícies, como a área de um azulejo.

Muitas vezes, os dados de um problema matemático são apresentados em diferentes unidades de medida. Para resolvê-lo, precisamos então converter todas as medidas para uma única unidade. Tendo em vista que cada unidade de superfície é 100 vezes maior que a unidade imediatamente inferior, a transformação de unidades de superfície segue esta regra prática:

De uma unidade para a unidade imediatamente maior, dividimos por 100.

$$km^2 \underset{\times 100}{\overset{:100}{\rightleftarrows}} hm^2 \underset{\times 100}{\overset{:100}{\rightleftarrows}} dam^2 \underset{\times 100}{\overset{:100}{\rightleftarrows}} m^2 \underset{\times 100}{\overset{:100}{\rightleftarrows}} dm^2 \underset{\times 100}{\overset{:100}{\rightleftarrows}} cm^2 \underset{\times 100}{\overset{:100}{\rightleftarrows}} mm^2$$

De uma unidade para a unidade imediatamente menor, multiplicamos por 100.

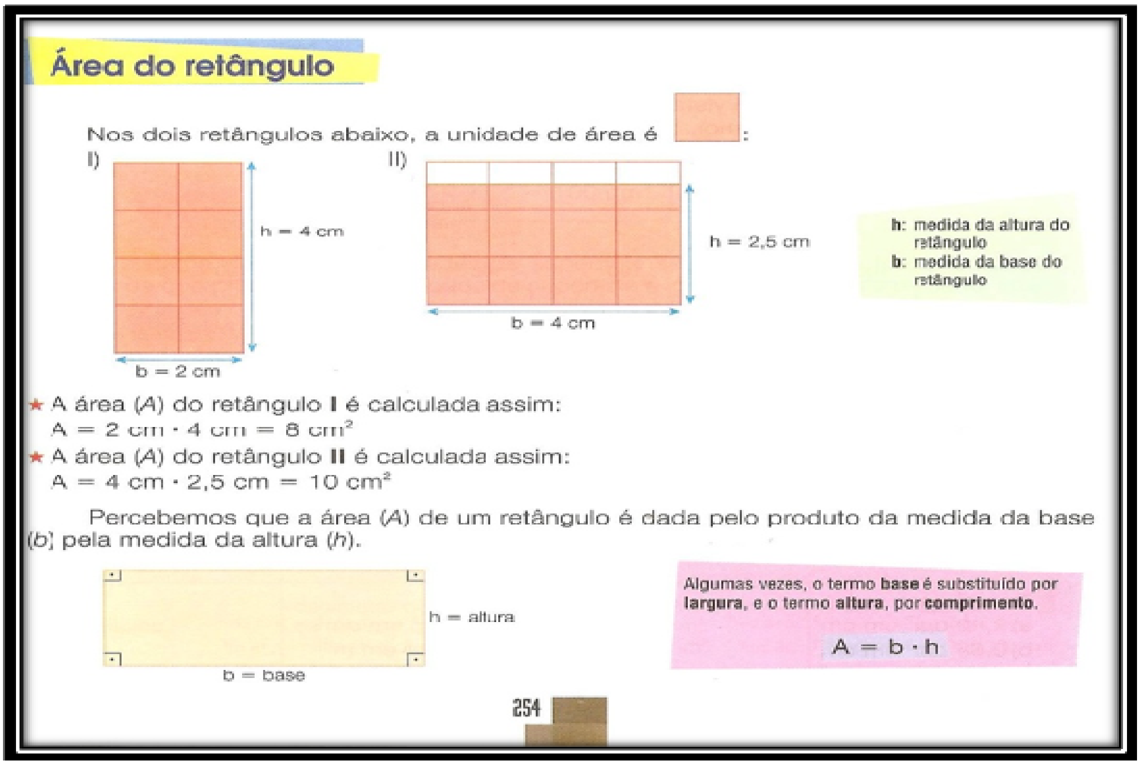
Atividades

1 Transforme:

a) 2,40 dm^2 em cm^2 240 cm^2
b) 0,65 dm^2 em cm^2 65 cm^2
c) 672 cm^2 em dm^2 6,72 dm^2
d) 3,15 m^2 em dm^2 315 dm^2
e) 738 dm^2 em m^2 7,38 m^2
f) 500 mm^2 em cm^2 5 cm^2

253

Figura 18 – Área das figuras planas (c).
Fonte: BONJORNO; BONJORNO, OLIVARES, 2006.



Área do retângulo

Nos dois retângulos abaixo, a unidade de área é :

I)

$h = 4$ cm

$b = 2$ cm

II)

$h = 2{,}5$ cm

$b = 4$ cm

h: medida da altura do retângulo
b: medida da base do retângulo

★ A área (A) do retângulo **I** é calculada assim:
$A = 2\ \text{cm} \cdot 4\ \text{cm} = 8\ \text{cm}^2$

★ A área (A) do retângulo **II** é calculada assim:
$A = 4\ \text{cm} \cdot 2{,}5\ \text{cm} = 10\ \text{cm}^2$

Percebemos que a área (A) de um retângulo é dada pelo produto da medida da base (b) pela medida da altura (h).

$h =$ altura

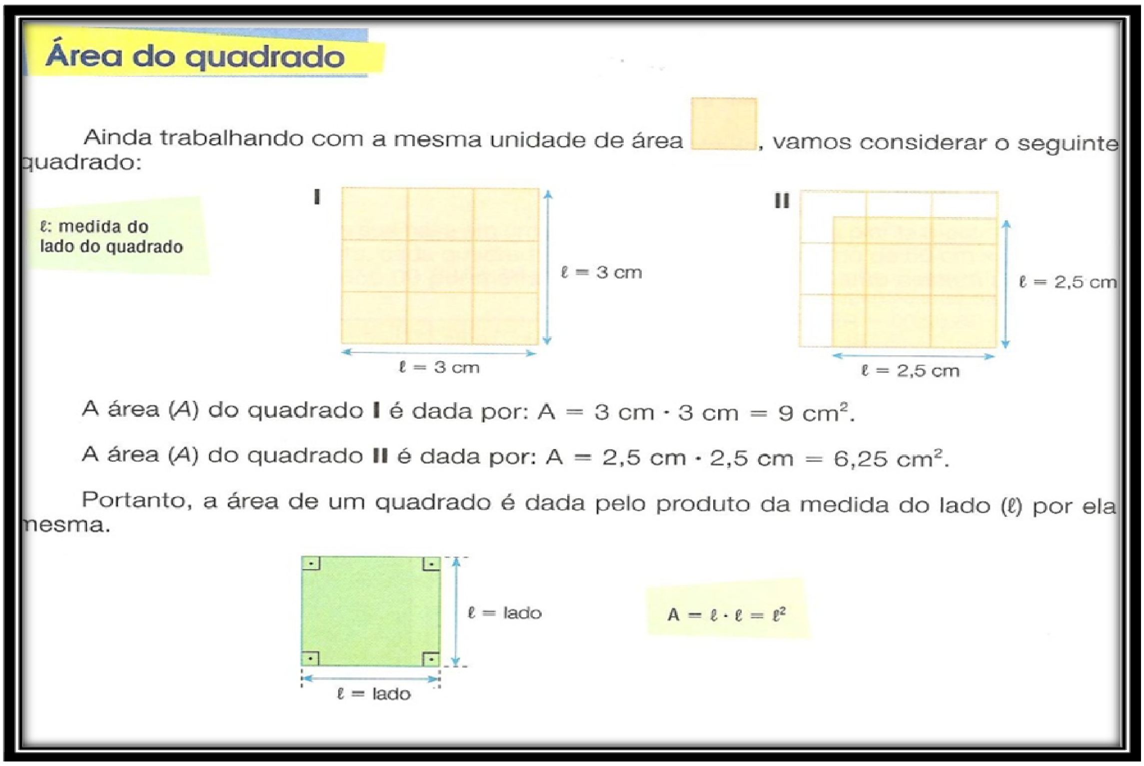
$b =$ base

Algumas vezes, o termo **base** é substituído por **largura**, e o termo **altura**, por **comprimento**.

$A = b \cdot h$

254

Figura 19 – Área das figuras planas (d).
Fonte: BONJORNO; BONJORNO, OLIVARES, 2006.



Área do quadrado

Ainda trabalhando com a mesma unidade de área , vamos considerar o seguinte quadrado:

ℓ: medida do lado do quadrado

I

$\ell = 3$ cm

$\ell = 3$ cm

II

$\ell = 2{,}5$ cm

$\ell = 2{,}5$ cm

A área (A) do quadrado **I** é dada por: $A = 3\ \text{cm} \cdot 3\ \text{cm} = 9\ \text{cm}^2$.

A área (A) do quadrado **II** é dada por: $A = 2{,}5\ \text{cm} \cdot 2{,}5\ \text{cm} = 6{,}25\ \text{cm}^2$.

Portanto, a área de um quadrado é dada pelo produto da medida do lado (ℓ) por ela mesma.

$\ell =$ lado

$\ell =$ lado

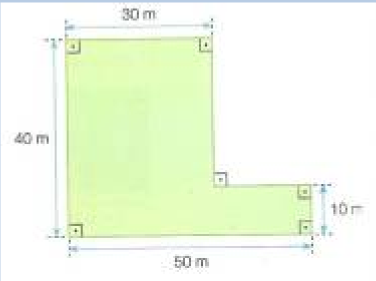
$A = \ell \cdot \ell = \ell^2$

Figura 20 – Área das figuras planas (e).
Fonte: BONJORNO; BONJORNO, OLIVARES, 2006.

No quarto dia da atividade, o professor propõe aos alunos a resolução de alguns exercícios do livro didático *Matemática: fazendo a diferença,* Bonjorno e Olivares (2006).

ATIVIDADES

1) O pátio de uma escola tem a forma indicada na figura abaixo. Qual é a área da superfície desse pátio?



2) O centímetro quadrado do anúncio em certo jornal custa R$ 5,32. Uma agência de turismo publicou nesse jornal, durante três dias, um anúncio de 12 centímetros por 85 milímetros. Quanto a agencia pagou ao jornal?

3) A rua onde Ari mora tem 108 m de comprimento por 7,5 m de largura. Essa rua vai ser toda calçada com paralelepípedos que têm as dimensões indicadas na figura abaixo.

a) Quantos metros quadrados serão calçados?

b) Quantos paralelepípedos serão usados?

4) Um campo de futebol tem 110 m de comprimento. A medida da largura é igual a $\frac{3}{4}$ da medida do comprimento. Quantos metros quadrados de grama são necessários para cobrir esse campo?

Ao final do quarto dia da atividade, o professor realiza a correção das atividades feitas no dia anterior. Nesse momento, solicita que alguns alunos se dirijam, ao quadro de giz para transporem o modo como resolveram as situações-problemas propostas. Ressalta-se que sempre que for necessário, o professor deverá intervir para explicar à classe as estratégias usadas pelos alunos na solução das atividades propostas.

Referências:

BIGODE, Antônio José Lopes. **Matemática hoje é feita assim.** São Paulo: FTD, 2000.

BONJORNO, José Roberto; BONJORNO, Regina Azenha; OLIVARES, Ayrton. **Matemática:** fazendo a diferença - 5ª série. São Paulo: FTD, 2006.

ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

Gostaríamos de terminar este caderno de subsídios pedagógicos deixando claro que a proposta de promover o ensino dos conteúdos geométricos, justifica-se pela importância de disseminar nos alunos a capacidade da percepção de que os conceitos, formas e procedimentos geométricos são úteis para sua compreensão de mundo e, assim, apropriarem-se do que lhes é ensinado.

Conforme afirma o PCN de Matemática (BRASIL, 1998), as atividades com noções geométricas contribuem para a aprendizagem de números e medidas, pois estimulam o aluno a observar, perceber semelhanças e diferenças e, ainda, a identificar regularidades.

No entanto, pesquisas realizadas nas últimas décadas revelam que tanto os professores quanto os alunos ainda têm muitas dificuldades em relação à Geometria. Autores como Pavanello (1989) e Lorenzato (1995) denunciam esta situação e enfatizam a necessidade de que sejam empreendidos esforços para resgatar o espaço da Geometria na escola, assim como investir na melhoria do trabalho docente.

Faz-se necessário, então, que o professor aproprie-se, criticamente, das contribuições das tendências metodológicas: *Formalista Clássica, Formalista Moderna* e *Resolução de Problemas*, e assim tenha subsídios para construir/reconstruir sua prática pedagógica.

Mas, não imagine que tal prática esteja pronta e acabada em um material pedagógico. Na verdade, ela está fundamentada na literatura que deve ser lida e analisada pelo professor no decorrer de sua vida profissional. Nesse sentido, acredita-se que o compromisso social da educação é imensurável, sendo indispensável que o professor se assuma como pesquisador de sua prática pedagógica, questionando o seu saber e buscando respostas através de pesquisas realizadas no cotidiano de suas atividades docentes. Essa postura deve se constituir num *continuum* na vida de quem se dedica à nobre causa de ensinar.

REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, Saddo Ag. **Fundamentos da didática da matemática**. Curitiba: Editora UFPR, 2007.

ALVES, Antônio Maurício Medeiros. **Livro didático de matemática:** uma abordagem histórica (1943-1995). 2005. 143 f. Dissertação (Mestre em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal de Pelotas, 2005.

BIGODE, Antônio José Lopes. **Matemática hoje é feita assim.** São Paulo: FTD, 2000.

BONJORNO, José Roberto; BONJORNO, Regina Azenha; OLIVARES, Ayrton. **Matemática:** fazendo a diferença - 5ª série. São Paulo: FTD, 2006.

BÓSCOLO, Alcides; CASTRUCCI, Benedito. **Matemática:** curso moderno. São Paulo: FTD, 1971. v. 1.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Guia de livros didáticos PNLD 2008:** Matemática. Brasília: MEC, 2007. (Anos Finais do Ensino Fundamental).

______. ______. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática. Brasília: MEC, 1998.

BURIGO, Elizabete Zardo. **Movimento da matemática moderna no Brasil:** estudo da ação e do pensamento de educadores matemáticos nos anos 60. 1989. 286 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 1989.

CHASSOT, Attico**. A Ciência através dos tempos.** São Paulo: Moderna, 2004.

D'AMBRÓSIO. Ubiratan. **Da realidade à ação**. São Paulo: Summus, 1996.

______. **Educação matemática:** da teoria à prática. 14. ed. São Paulo: Papirus, 2007.

______. **Epistemologia e didática:** as concepções de conhecimento e inteligência e a prática docente. São Paulo: Cortez, 2005.

DAVIS, Philip; HERSH, Reuben. **A experiência matemática**. Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1986.

EVES, Howard. **Introdução à história da matemática.** 2. ed. São Paulo: Editora UNICAMP, 1997.

FAINGUELERNT, Estela Kaufman. **Educação matemática:** representação e construção em geometria. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 1999.

FIORENTINI, Dário. Alguns modos de ver e conceber o ensino de matemática no Brasil. **Zetetiké**. Campinas, UNICAMP, v. 3, n. 4, p. 1-37, nov. 1995.

FONSECA, Solange. **Metodologia de Ensino:** matemática. Belo Horizonte: Editora Lê: Fundação Helena Antipoff, 1997. (Coleção Apoio).

FREUDENTHAL, Hans. **Mathematics as an Educational Task**. Dordrecht: D. Reidel Publishing Company, 1973.

GÁLVEZ, Grécia. A geometria, a psicogênese das noções espaciais e o ensino da geometria na escola primária. In: PARRA, Cecília; SAIZ, Irma (Orgs.). **Didática da Matemática:** reflexões psicopedagógicas. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996. p. 236-258.

GARNICA, Antônio Vicente Marafioti. História oral e educação matemática: do inventário à regulação. **Zetetizé.** Campinas, v.11, n.19, p. 9-55, 2003.

HOGBEN, Lancelot. **Maravilhas da Matemática**. 2. ed. Porto Alegre: Globo, 1970.

LOPES, Sérgio Roberto. **Metodologia do ensino da matemática**. Curitiba: Ibpex, 2005.

LORENZATO, Sérgio Roberto. Por que não ensinar Geometria? **Educação Matemática em Revista – SBEM**. Florianópolis, UFSC, v.4, p. 3-13, 1995.

LORENZATO, Sérgio Roberto; FIORENTINI, Dário. **Iniciação à investigação em Educação Matemática**. Campinas: CEMPEM/COPEMA, 2001.

______; VILA, Maria do Carmo. Século XXI: qual a matemática recomendável? **Zetetiké**. Campinas, v. 1, n. 1, p. 19-49 , 1993.

MACHADO, Nilson José. **Epistemologia e didática:** as concepções de conhecimento e inteligência e a prática docente. São Paulo: Cortez, 2005.

______. **Matemática e realidade:** análise dos pressupostos filosóficos que fundamentam o ensino da matemática. São Paulo: Cortez, 1987.

MARQUES, Alex Sandro. **Tempos pré-modernos:** a matemática escolar nos anos 1950. 2005. 150 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2005.

MENDES, Iran Abreu. **Matemática e investigação em sala de aula: tecendo redes cognitivas na** aprendizagem. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009. ABREU, 1997.

MIORIM, Maria Ângela. **Introdução à história da educação matemática.** São Paulo: Atual, 2004.

NASSER, Lílian; TINOCO, Lúcia. **Argumentações e provas no ensino de matemática - Projeto Fundão.** Rio de Janeiro: UFRJ, 2001.

O'DAFFER, Phares. Geometry: what shape for a comprehensive, balanced curriculum? In: LINDQUIST, Mary Montgomery. **Selected issues in mathematics education.** Berkeley: McCutchan, 1980.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa.; ALLEVATO, Norma Sueli Gomes. Novas reflexões sobre o ensino–aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, Maria Aparecida; BORBA, Marcelo. (Orgs.) **Educação matemática:** pesquisa em movimento. São Paulo: Editora Cortez, 2005.

PAIVA, Maria Auxiliadora Vilela. Saberes do professor de matemática: uma reflexão sobre a Licenciatura. **Educação Matemática em Revista,** São Paulo, v. 9, n. 11, ed. esp., p. 95-104, 2002.

PAVANELLO, Regina Maria. **O abandono do ensino da geometria:** uma visão histórica. 1989. 195 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1989.

______; ANDRADE, Roseli Nozaki Grave. Formar professores para ensinar Geometria: um desafio para as licenciaturas em matemática. **Educação Matemática em Revista**. São Paulo, v. 9, n. 11, ed. esp., 2002.

PEREZ, Geraldo. **Pressupostos e reflexões teóricos e metodológicos da pesquisa participante no ensino de geometria para as camadas populares.** 1991. 298 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1991.

POLYA, George. **A arte de resolver problemas: um enfoque do método matemático.** Rio de Janeiro: Interciência, 1949.

POST, Thomas R. O papel dos materiais de manipulação no aprendizado de conceitos matemáticos. LINDQUIST, Mary Montgomery. In: **Selected issues in mathematics education**. Berkeley: McCutchan, 1980.

ROCHA, José Lourenço da. **A Matemática do curso secundário na Reforma Francisco Campos**. 2001. 198 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2001.

SANGIORGI, Oswaldo. **Matemática:** curso moderno. 10. ed. São Paulo: Companhia Nacional, 1963. v.1.

SANTOS, Vinicius de Macedo. A formação de formadores: que formação é essa ? **Revista de Educação PUC – Campinas**. Campinas, n. 18, p. 61-64, 2005.

SILVA, Clóvis Pereira. **A Matemática no Brasil:** história de seu desenvolvimento. 3. ed. São Paulo: Editora Edgard Blücher, 2003.

SILVA, Maria Célia Leme da. A geometria nos congressos nacionais de ensino de matemática. In: BURIGO, Elisabete Zardo; FISCHER, Maria Clara Bueno; SANTOS, Mônica Bertoni (Orgs.). **A matemática moderna nas escolas do Brasil e de Portugal:** novos estudos. Porto Alegre: Redes Editora, 2008. p. 69-80.

SMOLE, Kátia Cristina Stocco. **A matemática na educação infantil:** a teoria das inteligências múltiplas na prática escolar. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 2000.

SOARES, Francisco dos Santos. **Movimento da Matemática Moderna no Brasil:** avanço ou retrocesso? 2001. 192 f. Dissertação (Mestrado em Matemática Aplicada) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2001.

SOUZA, Maria do Carmo. **A percepção de professores atuantes no ensino de matemática nas escolas estaduais da Delegacia de Itu, do movimento da matemática moderna e de sua influência no currículo atual**. 1999. 158 f. Dissertação (Mestrado em Educação) Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1999.

VALENTE, Walter Rodrigues. **Euclides Roxo e a modernização do ensino de matemática no Brasil**. São Paulo: Editora SBEM, 2003.

______. História da educação matemática: interrogações metodológicas. **REVEMAT - Revista Eletrônica de Educação Matemática**. Florianópolis, v.2, n. 2, p. 28-49, 2007. Disponível em: <http://www.redemat.mtm.ufsc.br/revemat/2007_pdf/revista_2007_02_completo.PDF.> Acesso em: 30 nov. 2008.

______. Quem somos nós, professores de matemática? **Cadernos Cedes**. Campinas, v. 28, n. 74, p. 11-23, jan./abr. 2008.

VILALOBOS, João Eduardo Rodrigues. **Diretrizes e Bases da Educação:** ensino e liberdade. São Paulo: EDUSP, 1969.