UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
GERÊNCIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA
MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA
PPGECT

ANA CRISTINA SCHIRLO

MATEMÁTICA ESCOLAR
TENDÊNCIAS METODOLÓGICAS PARA O PROCESSO DE ENSINO-APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA PLANA

PONTA GROSSA
NOVEMBRO - 2009

ANA CRISTINA SCHIRLO

MATEMÁTICA ESCOLAR
TENDÊNCIAS METODOLÓGICAS PARA O PROCESSO DE ENSINO-APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA PLANA

Dissertação apresentada como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciência e Tecnologia, do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Tecnologia. Área de Concentração: Ciência, Tecnologia e Ensino, da Gerência de Pesquisa e Pós-Graduação, do Campus Ponta Grossa, da UTFPR.

Orientador: Profª. Sani de Carvalho Rutz da Silva, Doutora.

PONTA GROSSA

NOVEMBRO - 2009

Ficha catalográfica elaborada pela Divisão de Biblioteca
da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Campus Ponta Grossa
n.43/10

S337 Schirlo, Ana Cristina

Matemática escolar: tendências metodológicas para o processo de ensino-aprendizagem de geometria plana / Ana Cristina Schirlo. -- Ponta Grossa: [s.n.], 2009.

167 f. : il. ; 30 cm.

Orientadora: Profa. Dra. Sani de Carvalho Rutz da Silva

Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciência e Tecnologia) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Campus Ponta Grossa. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Tecnologia. Ponta Grossa, 2009.

1. Educação matemática. 2. Geometria plana. 3. Resolução de problemas. I. Silva, Sani de Carvalho Rutz da. II. Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Campus Ponta Grossa. III. Título.

CDD 507

Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Campus de Ponta Grossa
Gerência de Pesquisa e Pós-Graduação
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA

TERMO DE APROVAÇÃO

Título de Dissertação Nº **03/2009**

MATEMÁTICA ESCOLAR: TENDÊNCIAS METODOLÓGICAS PARA O PROCESSO DE ENSINO-APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA PLANA

por

Ana Cristina Schirlo

Esta dissertação foi apresentada às **14 horas** de **27 de novembro de 2009** como requisito parcial para a obtenção do título de MESTRE EM ENSINO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA, com área de concentração em Ciência, Tecnologia e Ensino, linha de pesquisa em **Ciência e Tecnologia no Contexto do Ensino-Aprendizagem**, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Tecnologia. O candidato foi argüido pela Banca Examinadora composta pelos professores abaixo assinados. Após deliberação, a Banca Examinadora considerou o trabalho aprovado.

Prof^a. Dr^a. Marlene Perez (UEPG)

Prof. Dr. Carlos Roberto Vianna (UFPR)

Prof^a. Dr^a. Nilcéia Aparecida Maciel Pinheiro (UTFPR)

Prof^a. Dr^a. Sani de Carvalho Rutz da Silva (UTFPR) - *Orientador*

Visto do Coordenador:

Prof. Dr. Guataçara dos Santos Junior
Coordenador do PPGECT

AGRADECIMENTOS

A Deus, pela saúde e oportunidade que tive durante o Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Tecnologia, ofertado pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), campus Ponta Grossa.

Aos meus pais, Sigmundo Schirlo e Ivone Schadeck Schirlo, que além da vida me deram coragem para lutar pelo meu ideal.

Aos meus familiares, que sempre presentes souberam me entender e auxiliar nessa caminhada.

A minha Orientadora, Professora Drª Sani de Carvalho Rutz da Silva, pela amizade, paciência e empenho ao direcionar meu trabalho, servindo-me de exemplo de dedicação e profissionalismo.

A Professora Drª Nilcéia Aparecida Maciel Pinheiro, pela amizade e pelo otimismo que semeou em meu caminho por meio de exemplos e das palavras que me inspiraram a confiança nos momentos difíceis.

A Escola Estadual Jesus Divino Operário, em especial na pessoa da pedagoga Adriane Burgarth, que ajudou tornar possível esse projeto.

A todos os demais, que direta ou indiretamente, contribuíram para a realização dessa pesquisa.

RESUMO

SCHIRLO, Ana Cristina. **Matemática escolar:** tendências metodológicas para o processo de ensino-aprendizagem de geometria plana. 2009. 167 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciência e Tecnologia) - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Tecnologia, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Ponta Grossa, 2009.

Buscou-se, por meio desse trabalho, analisar as contribuições das tendências metodológicas: Formalista Clássica, Formalista Moderna e Resolução de Problemas no ensino-aprendizagem do conteúdo matemático de Geometria Plana, que se ancoram nos movimentos da Matemática Clássica, da Matemática Moderna e da Educação Matemática. Cabe salientar que esses movimentos e suas respectivas tendências metodológicas, teoricamente se fizeram valer no processo de ensino-aprendizagem em certos períodos temporais. No entanto, a experiência e a vivência educacional permitem afirmar que no interior da sala de aula, as metodologias e recursos de ensino, pertinentes a cada um desses movimentos, se fazem presentes, nos dias de hoje, na prática pedagógica dos professores de Matemática. Nesse sentido, os professores precisam ter clareza de suas próprias concepções sobre a Matemática, uma vez que a sua prática pedagógica em sala de aula está ligada a essas concepções. Optou-se por realizar uma pesquisa de abordagem qualitativa, com ênfase na modalidade exploratória, por meio de aulas práticas em 03 (três) classes de 5ª séries do Ensino Fundamental de uma escola estadual, localizada na cidade de Ponta Grossa, Paraná. De modo que, o subgrupo A, acompanhou os conteúdos de Geometria Plana, aos moldes das características da tendência Formalista Clássica. O subgrupo B acompanhou os mesmos conteúdos do subgrupo A, porém privilegiando a tendência Formalista Moderna. E, o subgrupo C acompanhou o mesmo conteúdo dos subgrupos A e B, sendo as aulas ministradas por meio da tendência Resolução de Problemas. Os dados coletados nessa pesquisa por meio do pré-teste, das aulas, do pós-teste e das entrevistas, foram analisados à luz da Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel e da Teoria de van Hiele. Os resultados obtidos permitiram concluir que aulas aos moldes da tendência Formalista Clássica contribuíram para que os alunos do subgrupo A, passassem a apresentar uma melhoria na qualidade dos seus conhecimentos referentes ao conteúdo de Geometria Plana. Os alunos do subgrupo B apresentaram um realce no ensino de símbolos e uma atenuação nas noções das figuras geométricas por meio das contribuições da tendência Formalista Moderna. E, os alunos do subgrupo C, após as aulas com aportes na tendência Resolução de Problemas, passaram a apresentar um conhecimento significativo relacionados com os conteúdos geométricos básicos. Como produto final, apresenta-se um caderno pedagógico que tem por finalidade fornecer aos professores de Matemática e interessados no assunto, um conjunto de informações sobre as tendências metodológicas que se fazem presentes nas salas de aula de Matemática durante o processo de ensino dos conteúdos de Geometria Plana.

Palavras-chave: Matemática. Formalista Clássica. Formalista Moderna. Resolução de Problemas. Geometria Plana.

ABSTRACT

SCHIRLO, Ana Cristina. **School mathematics:** methodological tendencies to the process of teaching and learning of geometry. 2009. 167 f Dissertation (Masters in Teaching of Science and Technology) - Post-Graduate Program of Science and Technology, Federal Technological University of Paraná, Ponta Grossa, 2009.

This work has aimed to analyze the contributions of such methodological approaches: Classical Formalism, Modern Formalism and the Solve-Problem in the teaching-learning process of the Plane Geometry in the Mathematical content which is anchored in the Classical Mathematic, Modern Mathematic and Mathematic Education movements. It should be noticed those movements and their methodological approaches were valued in the learning-teaching process during certain time periods. However, the educational experience allowed us to assume that into classrooms the pertinent methodologies and the teaching resources to each one of these movements have been presented in the current pedagogical practice of the Mathematic teachers. Thus, the teachers need to be aware of their own conceptions on Mathematic once their pedagogical practice is connected to those conceptions. We have adopted the qualitative research approach with focus on the exploratory modality through practical lessons in 03 (three) classes of the 5th. Grade of the Elementary School from a public school in Ponta Grossa city, Paraná state. The subgroup A used the Plane Geometry contents with the Classical Formalism forms. The subgroup B used the same contents of the subgroup A favoring the Modern Formalism approach. The subgroup C used the same content of the subgroups A and B, and the classes were taught by the Solve-Problem approach. The collected data by the pre-test, lessons, post-test and interviews were analyzed through the Ausubel's Meaningful Learning Theory and van Hiele's Theory. The obtained results allowed us to conclude that the lessons under the Classical Formalism framework supported an improvement of the students in the subgroup A on the Plane Geometry contents. The students in the subgroup B demonstrated an enhancement in the teaching of symbols and an upgrading in the geometry shapes notions under the Modern Formalism framework contribution. The students in the subgroup C, after the lessons supported by the Solve-Problems framework revealed meaningful knowledge on the basic geometric contents. As a final product, we developed a pedagogical agenda aiming at to offer the Mathematic teachers and to those interested on these issues, with a set of information on the methodological approaches which have been performed into Mathematic classes when teaching the Plane Geometry contents.

Keywords: Mathematics. Plane Geometry. Classical Formalism. Modern Formalism. Solve-Problem.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ENEM	Exame Nacional do Ensino Médio
GEEM	Grupo de Estudos do Ensino da Matemática
GPS	*Global Positioning System*
INEP	Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas
MMM	Movimento da Matemática Moderna
NCSM	*The Nacional Council of Supervisors of Mathematics*
PCN	Parâmetro Curricular Nacional
PNLD	Plano Nacional do Livro Didático
SEF	Secretaria de Educação Fundamental

SUMÁRIO

UM BREVE RELATO PESSOAL...

Neste momento me vem à memória as palavras de Saveli (2006) que ao parafrasear Fernando Pessoa diz que “todos os dias são, além de meus, nossos e também vossos!”. Segundo a autora, esses dias se apresentam, em nossas histórias de vida, como metáforas da vida.

Assim, ao tentar trazer à memória as histórias de minha vida volto ao tempo em que eu era apenas uma criança e mal sabia dos caminhos que ainda iria percorrer até chegar neste momento – o hoje – momento este em que sento frente ao computador e tento traçar, em apenas algumas páginas, as histórias nas quais me constituí sujeito. São tantas histórias que me vem à cabeça, porém nem todas cabem aqui, selecionarei algumas.

Deixemos de delongas e passemos ao que interessa, ou... penso que interessa. Voltemos então, para a década 1970, Copa do Mundo, Brasil tricampeão. É nesse momento de efervescência que meus pais decidem se mudar para uma cidade que oferecesse maiores condições à formação educacional de seus filhos.

Como meu pai trabalhava em uma madeireira, cuja matriz era em Ponta Grossa, escolheram essa cidade para morar. Casa nova, cidade grande, sonhos e mais sonhos... No ano de 1971, meu irmão, com 6 anos de idade inicia seus estudos, começa a aprender a ler e escrever as primeiras palavras. Em 1973 minha irmã, com então 7 anos, também vai para a escola, como minha mãe desejava.

Em agosto de 1975, vi o mundo pela primeira vez. Desse momento em diante comecei a ver, sentir e fazer tantas coisas e, como o tempo não pára, fui crescendo. Então, aos 5 (cinco) anos de idade, para a minha alegria, minha mãe me matriculou no Jardim de Infância da Escola Santa Terezinha. Aprendi a ler e a escrever as primeiras letras.

No ano seguinte, meus pais pedem a minha transferência para o Colégio Estadual Professor Colares, onde estudei até a 8ª série do Ensino Fundamental. Desse período de tempo, mais especificamente, 1986, me recordo do professor Geraldo, meu professor de Matemática da 5ª série do Ensino Fundamental. Lembro–me do caderno amarelado pelo tempo que sempre carregava em suas mãos. Era uma espécie de manual que continha uma série de exercícios resolvidos, exercícios do tipo “siga o modelo” que iniciavam na letra “a” e decorria boa parte do alfabeto, *senão todo. Esses exercícios nos eram apresentados diariamente. E, para mim, resolvê-los era algo fácil, visto que para resolvê-los precisávamos apenas estar com caderno e lápis à mão. Contudo, a "boa vontade" para realizar as muitas "continhas" que eles exigiam era fundamental. Como "boa vontade" não me faltava, resolvia todas as "continhas" propostas com rapidez e muito capricho. Percebendo essa minha destreza, o professor Geraldo pediu-me para passar a limpo o seu caderno "amarelado". Assim, durante as frias tardes das férias de julho, minha diversão era passar a limpo o caderno do professor e, com isso, aprendi as "continhas" que ele iria ensinar depois das férias até o final do ano.*

Posso dizer que sempre tive muita habilidade em realizar as tarefas de matemática. Assim, muitas vezes meu objetivo era delimitado e assertivo, pois visava conseguir chegar à resposta certa dos exercícios. No entanto, ao ir amadurecendo, na idade e na maneira de ver o mundo, comecei a entender que os cálculos não eram apenas resultados numéricos, mas resultados que associados a uma situação problema significam muitas coisas. Com esse entendimento, iniciei o curso de Educação Geral/Ensino Médio no Instituto de Educação César Prieto Martinez, o qual conclui em 1992.

Todavia foi no decorrer do último ano de estudo do Ensino Médio, que me vi várias vezes em conflito, sem saber qual curso escolher para prestar vestibular e, consequentemente, qual profissão queria exercer. Tive muitas dúvidas: Ser engenheira? Ser professora, quem sabe? Que rumo tomar? Dúvida comum, nessa fase da vida de qualquer adolescente.

Mas, como todos nós temos um anjo da guarda, o meu foi o professor Rubens. Este era professor de Matemática do "terceirão" e percebendo o meu dilema passou a me professar as maravilhas do magistério.

Assim, aos 17 anos presto vestibular na Universidade Estadual de Ponta Grossa para Licenciatura em Matemática, a qual aliava o magistério com a magia dos números e cálculos, que tanto me fascinavam. Durante a minha formação acadêmica procurei me dedicar muito aos estudos, tanto que conquistei a Láurea Acadêmica, ao fim do curso universitário em 1996.

Contudo a minha jornada enquanto professora começou no último ano da universidade. Começo, então a lecionar Matemática e Física nos Colégios Estaduais Padre Carlos Zelesny e Professor João Borel de Verney, localizados na cidade de Ponta Grossa.

Em 1997, já formada, passei a lecionar Matemática e Física, pelo regime CLT, nos colégios Estaduais Padre Carlos Zelesny, Professor Meneleu de Almeida Torres e na Escola Estadual Jesus Divino Operário. Esse contato com o magistério me fez entender o entusiasmo do professor Rubens ao falar da arte e da recompensa de ensinar e aprender com os alunos.

Ainda em 1997, inicio a pós-graduação Lato Sensu em Matemática na Universidade Estadual de Ponta Grossa, sendo que para a obtenção do título de especialista realizei a pesquisa intitulada "Consórcio ou Poupança: qual a melhor opção para adquirir um automóvel?". Esse tema teve sua gênese na situação econômica que o país passava em 1997, aliado à grande paixão do brasileiro por automóveis.

Nesse mesmo período trabalho com aulas particulares de Física, Matemática e mais tarde Química. Nesse contato me deparo com alunos oriundos de diversas escolas, principalmente, de escolas particulares. Esses alunos apresentavam inúmeras dificuldades em relação ao conteúdo ministrado por essas disciplinas matérias. Isso me fez ir em busca de cursos e seminários, sempre visando adquirir novos conhecimentos para melhorar minha prática de ensino.

Em 2003, o Governo do Estado do Paraná abre inscrições para o concurso público para magistério. Presto o concurso para as disciplinas de Matemática e de Física, logro êxito em ambas. Passo, então, para o Quadro Próprio do Magistério do Paraná, exercendo a função de professora de Física no Instituto de Educação Professor César Prietto Martinez e a função de professora de Matemática na Escola Estadual Jesus Divino Operário, onde leciono até a presente data.

Hoje, ao fazer esse relato de minhas histórias de vida, percebo a satisfação que tenho em dizer que sou professora. Pois, posso dizer que fui privilegiada em minha formação pessoal e profissional. Digo isso porque pude contar com a presença de mestres que muito influenciaram na concepção que tenho hoje de Ensino.

Ao elaborar esta proposta de pesquisa levo em consideração os conhecimentos que construí na trajetória de minha vida. Sinto-me na obrigação de devolvê-los aos alunos que por mim passam ano a ano. Quisera eu que esta pesquisa traga contribuições na fascinante e desafiadora tarefa de educar.

1 INTRODUÇÃO

> *A missão dos educadores é preparar as novas gerações para o mundo em que terão que viver. Isto quer dizer proporcionar-lhes o ensino necessário para que adquiram as destrezas que vão necessitar para seu desempenho com comodidade e eficiência no seio da sociedade (SANTALÓ, 1996, p. 05).*

1.1 JUSTIFICATIVA E DEFINIÇÃO DO PROBLEMA DA PESQUISA

É notável que a Geometria apresenta muitas aplicações no mundo real e possibilita muitas formas de comunicação. Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's) de Matemática, a Geometria permite a percepção e a visualização do espaço, o reconhecimento e a abstração de formas e a capacidade de representá-las através do desenho ou da construção do que foi idealizado (BRASIL, 1998, p. 51).

Ressalta-se que essas habilidades são importantes em outras áreas do conhecimento. Por exemplo, na Geografia como um aluno pode interpretar um mapa, sem o auxílio da Geometria? Em Ciências, como identificar pelo seu formato, se uma célula é animal ou vegetal, sem ter conhecimento das formas geométricas? Em Artes, como compreender conceitos de medida sem ter noções geométricas?

Nesse entendimento, a Geometria se apresenta como campo profícuo para o desenvolvimento da capacidade de abstrair, generalizar, projetar, transcender o que é imediatamente sensível, oferecendo condições para que níveis sucessivos de abstração possam ser alcançados (PAVANELLO, 1989). Assim, o ensino da Geometria está presente entre as doze áreas de competência necessárias para os estudantes do século XXI, estabelecidas pela associação americana *The Nacional Council of Supervisors of Mathematics* (NCSM), em 1988.

Para Pavanello (1989, p. 45), a Geometria é um ramo da Matemática que sugere um grande número de situações que levam os alunos a exercitarem sua criatividade. Pois, a Geometria conduz o aluno a ter uma melhor percepção e visualização do espaço, o reconhecimento de formas, a abstração de formas e a capacidade de representá-las por meio do desenho ou da construção do que foi idealizado.

Perez (1991, p. 33) aponta a Geometria como o ramo da Matemática mais apropriado ao desenvolvimento de habilidades intelectuais como a percepção espacial, a criatividade e o raciocínio hipotético-dedutivo. Lorenzato (1995, p. 20) acredita que "a Geometria está por toda parte, pois as ideias de paralelismo, perpendicularismo, semelhança, proporcionalidade, comprimento, área, volume, fazem parte do cotidiano". Ainda de acordo com Lorenzato (1995, p. 05), a justificativa de se ter a Geometria na escola "é argumentar que sem estudá-la, as pessoas não desenvolvem o pensar geométrico ou o raciocínio visual e, sem essa habilidade, elas dificilmente conseguiriam resolver as situações de vida que forem geometrizadas".

Nesse entendimento, a Geometria torna-se importante para o desenvolvimento de habilidades e competências, como por exemplo, a percepção espacial, uma vez que ela oferece aos educandos ensejos de olhar, conferir, aferir, atinar e abstrair, favorecendo a ampliação das estruturas mentais lógicas desses alunos.

Fainguelernt (1999, p. 28) evidencia que a Geometria "é considerada como uma ferramenta para compreender, descrever e interagir com o espaço em que vivemos". Souza (1999) argumenta que a Geometria propicia a descoberta e a aprendizagem da realidade. Corroborando com os autores citados, Lopes (2005, p. 81) ressalta que, "o domínio dos conceitos geométricos básicos – como formas, medidas de comprimento, áreas e volumes – é essencial para a integração de um indivíduo à vida".

Entende-se que a Geometria tem muitas aplicações no mundo real, além de possibilitar outras formas de comunicação, pois ela é um elemento matemático importante para o desenvolvimento da Aritmética e da Álgebra.

A importância da Geometria encontra eco em documentos oficiais, como por exemplo, nos PCN's de Matemática (BRASIL, 1998). Esse documento apresenta um bloco chamado "Espaço e Forma", no qual estão dispostos os conteúdos geométricos a serem trabalhados nos currículos escolares de Matemática, nos diferentes níveis do ensino. Ele enfatiza a figura geométrica e salienta as principais funções do desenho, que são: visualizar, fazer ver, resumir, ajudar a provar e a conjecturar, pois, por meio dos conteúdos geométricos, "o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive" (BRASIL, 1998, p. 51).

Estudos realizados por Perez (1991) e Pavanello (1989, 1993) afirmam que, embora a Geometria seja pertinente de modo a propiciar o desenvolvimento das capacidades cognitivas fundamentais nos alunos e esteja presente na grade curricular de todas as escolas, ela não vem sendo abordada adequadamente nas salas de aula. Souza (1999, p. 29) comenta que o ensino de Geometria comparado com o de outras partes da Matemática ainda é muito ausente das salas de aula, tanto na escola elementar, quanto ao longo de todo o Ensino Fundamental e Médio.

Esse fato se evidencia quando Pavanello e Andrade (2002, p. 30) afirmam que alguns estudos, como os realizados pelo Instituto Nacional de Educação e Pesquisa (INEP), por meio do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) e da Prova Brasil – que objetivam avaliar o conhecimento em Matemática de matriculados ou egressos da escola básica – mostram a baixa pontuação alcançada pelos alunos em questões que demandam conteúdos e conceitos geométricos. Essa análise revela que tais questões não são abordadas em sala de aula, ou, na melhor das hipóteses, são trabalhadas de modo precário.

Verifica-se que quando os conteúdos geométricos são trabalhados, dentro do cotidiano das escolas, muitos professores os ensinam abordando inúmeras definições e demonstrações de teoremas, por meio de aulas expositivas e de exercícios de fixação ou de aprendizagem, com o auxílio do livro didático (MENDES, 1997, p. 48). Também é comum encontrar professores que trabalham a Geometria fazendo uso da linguagem da teoria dos conjuntos, acentuando a noção de figura geométrica e promovendo o predomínio da Álgebra. Ainda outros professores, para ensinar os conteúdos geométricos, desenvolvem práticas pedagógicas diferenciadas por meio de demonstrações e contextualizações (BRASIL, 1998, p. 20-21).

Diante das várias metodologias para se ensinar os conteúdos geométricos, observa-se que os educadores ainda encontram dificuldades para entender como ocorre o processo de ensino e o processo de aprendizagem da Geometria. Cabe salientar, que se entende por processo de ensino e processo de aprendizagem dois momentos que não podem ser separados: transmissão e assimilação ativa de conhecimentos e habilidades. Pois, a atividade de ensino é um processo coordenado de ações docentes que, para ser implantado, necessita de uma estruturação que integre a prática da didática. E, a atividade de aprendizagem é uma atividade complexa que envolve aspectos cognitivos, emocionais, orgânicos, psicossociais e culturais que resultam do desenvolvimento de aptidões e de conhecimentos, bem como da transferência destes para novas situações.

Os PCN's de Matemática (BRASIL, 1998, p. 37) afirmam que, os professores precisam ter clareza de suas próprias concepções sobre a Matemática, uma vez que a sua prática pedagógica em sala de aula está ligada a essas concepções. Smole (2000) explica que para realizar a transposição didática de um conteúdo é necessário identificar os obstáculos didáticos e epistemológicos que interferem na aprendizagem dos diferentes conteúdos, e a relação destes com o mundo real e sua aplicação a outras disciplinas. Para tanto, Garnica (2003, p. 97) postula a necessidade de falar nas diferentes formas de argumentação que coexistem na sala de aula.

Segundo Fiorentini (2003, grifo nosso), a história da educação brasileira aponta que no Brasil, nos últimos cem anos (1908 – 2008), a escola, no tocante ao ensino da disciplina de Matemática, pôde contar com as contribuições metodológicas de três movimentos: **Movimento da Matemática Clássica**, **Movimento da Matemática Moderna** e **Movimento da Educação Matemática**. Sendo que cada um desses movimentos se utiliza de diferentes estratégias de ensino.

Nesse entendimento, surge a necessidade de se investigar algumas tendências metodológicas, que para Fiorentini (2003) marcaram cada um desses movimentos matemáticos, enfocando o conteúdo de Geometria Plana. Assim, ao se tratar do **Movimento da Matemática Clássica** o foco está voltado à **Tendência Formalista Clássica**, no **Movimento da Matemática Moderna** ao **Formalismo Moderno** e no **Movimento da Educação Matemática**, que apresenta as Tendências Resolução de Problemas, Modelagem Matemática, Investigação Matemática, Etnomatemática, Mídias e História da Matemática, se enfatizará a **Resolução de Problemas**, pois segundo D'Ambrósio (2007) tanto a

Etnomatemática quanto a Modelagem Matemática quando utilizadas como metodologia de ensino, em um determinado momento, fazem uso da Resolução de Problemas.

A partir do exposto, a pesquisa aqui apresentada buscou responder ao seguinte questionamento:

Em que sentido as tendências metodológicas: Formalista Clássica, Formalista Moderna e Resolução de Problemas, podem contribuir para um ensino-aprendizagem do conteúdo matemático de Geometria Plana, que venha ao encontro das necessidades apresentadas pelos alunos das escolas brasileiras?

Diante da questão levantada, há o pressuposto de que os professores devem conhecer diversas possibilidades de trabalho em sala de aula, pois esse conhecimento trás contribuições para sua prática pedagógica. Nesse sentido, D'Ambrósio (1996), Smole (2000) e Paiva (2002), apontam para a necessidade de se efetuar uma articulação entre a teoria e a prática para que os professores consigam construir um processo de ensino de qualidade, capaz de conduzir os alunos a uma efetiva apropriação dos conhecimentos ministrados.

1.2 OBJETIVOS DA PESQUISA

1.2.1 Objetivo Geral

O questionamento levantado nessa pesquisa e sua hipótese conduziram o estabelecimento do seguinte objetivo geral para essa pesquisa:

Evidenciar as contribuições que as tendências metodológicas Formalista Clássica, Formalista Moderna e Resolução de Problemas trazem para o ensino-aprendizagem do conteúdo matemático de Geometria Plana, por meio de reflexões das contribuições metodológicas dos movimentos da Matemática Clássica, da Matemática Moderna e da Educação Matemática.

1.2.2 Objetivos Específicos

A partir do objetivo geral decorreram os seguintes objetivos específicos:

- Aplicar a tendência metodológica Formalista Clássica nas aulas de Matemática durante o desenvolvimento dos conteúdos de Geometria Plana.
- Aplicar a tendência metodológica Formalista Moderna nas aulas de Matemática durante o desenvolvimento dos conteúdos de Geometria Plana.
- Aplicar a tendência metodológica Resolução de Problemas nas aulas de Matemática durante o desenvolvimento dos conteúdos de Geometria Plana.
- Verificar como se dá o processo do desenvolvimento das capacidades de analisar, raciocinar e comunicar, efetivamente, as idéias quando os alunos colocam, formulam, resolvem e interpretam problemas matemáticos em uma variedade de situações a partir da tendência Formalista Clássica.
- Verificar como se dá o processo do desenvolvimento das capacidades de analisar, raciocinar e comunicar, efetivamente, as idéias quando os alunos colocam, formulam, resolvem e interpretam problemas matemáticos em uma variedade de situações a partir da tendência Formalista Moderna.
- Verificar como se dá o processo do desenvolvimento das capacidades de analisar, raciocinar e comunicar, efetivamente, as idéias quando os alunos colocam, formulam, resolvem e interpretam problemas matemáticos em

uma variedade de situações a partir da tendência Resolução de Problemas.

1.3 ESTRUTURA DA PESQUISA

Para alcançar os objetivos traçados, o presente trabalho resultou na produção de um texto distribuído em seis capítulos, os quais embora relatados de modo separado foram se sobrepondo e se complementando. O **capítulo 1**, apresentado nesse momento, mostra o contexto que originou essa pesquisa, culminando com a definição do problema, da hipótese e dos objetivos, geral e específico, da pesquisa desenvolvida.

Apresenta-se no **capítulo 2,** um estudo sobre alguns pontos relevantes encontrados na Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel (1973) para analisar as contribuições desse trabalho. Na sequência desse capítulo é também, apresentada a Teoria de van Hiele (1959), a qual trouxe orientações de grande valia para a elaboração das atividades de Geometria Plana desenvolvidas nessa pesquisa. E finalizando esse capítulo, é apresentado um estudo sobre alguns modos e maneiras de se ensinar os conteúdos geométricos em sala de aula, por meio de reflexões das contribuições metodológicas dos Movimentos da Matemática Clássica por meio da Tendência Formalista Clássica, da Matemática Moderna, por meio da Tendência Formalista Moderna e Educação Matemática, por meio da Tendência Resolução de Problemas.

Observa-se no **capítulo 3**, a exposição dos passos metodológicos desenvolvidos no decorrer dessa pesquisa, ou seja, o **capítulo 3** expõe a natureza dessa pesquisa assim como a caracterização da população e a coleta dos dados. Inseridos nesses passos, são apresentadas experiências com atividades geométricas elaboradas com os recursos de ensino pertinentes às Tendências Formalista Clássica, Formalista Moderna e Resolução de Problemas.

No **capítulo 4**, são relatadas as análises e as discussões das ações desenvolvidas nessa pesquisa, tais como as aplicações do pré-teste, desenvolvimento das aulas, aplicações do pós-teste e realização de entrevistas com os alunos da 5ª série do Ensino Fundamental.

São colocadas no **capítulo 5**, as considerações gerais sobre a pesquisa realizada, procurando analisar os resultados obtidos, tendo como parâmetro os objetivos traçados e as orientações obtidas no referencial teórico para responder à problemática principal dessa pesquisa. Também, são apresentadas nesse capítulo, sugestões para a realização de novos estudos sobre as tendências metodológicas para o ensino-aprendizagem da Geometria.

Além do próprio trabalho em si, a presente pesquisa apresenta como produto final um Caderno Pedagógico que tem por finalidade fornecer, aos professores de Matemática e interessados no assunto, um conjunto de informações sobre as tendências metodológicas: Formalista Clássica, Formalista Moderna e Resolução de Problemas, que se fazem presentes nas salas de aula de Matemática durante o processo de ensino dos conteúdos de Geometria. Esse caderno pedagógico se encontra anexado à dissertação gravado em um CD-ROM intitulado **CADERNO PEDAGÓGICO: auxiliando o processo de ensino-aprendizagem da Geometria.**

2 DIVERSOS OLHARES PARA O PROCESSO DE ENSINO-APRENDIZAGEM DA GEOMETRIA

> *Embora uma teoria válida da aprendizagem não nos possa dizer como ensinar no sentido prescritível, pode nos oferecer pontos de partida mais viáveis para a descoberta de princípios gerais do ensino que podem ser formulados tanto em termos de processos psicológicos intervenientes como em termos de relações de causa e efeito (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980, p. 13).*

2.1 TEORIAS EDUCACIONAIS

Teóricos e pesquisadores da educação afirmam que a sociedade atual passa por um período de constantes mudanças, onde episódios ocorrem de modo simultâneo e muitas vezes não há como acompanhar as alterações ocorridas em todos os segmentos dessa sociedade, inclusive no da educação.

Essa nova realidade conduz a uma grande variedade de sugestões de como o processo de ensino-aprendizagem deve ser desenvolvido, para atender as exigências impostas por essa nova sociedade. Nesse sentido, é interessante que o educador tenha conhecimento de algumas vertentes educacionais que existem na literatura, que embasam o processo de ensino-aprendizagem.

No que toca a essa pesquisa, serão apresentados e discutidos alguns pontos relevantes encontrados na Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel e na Teoria de van Hiele, pois, acredita-se que ambas trazem possibilidades para analisar as contribuições desse trabalho, bem como para construir/reconstruir sua prática pedagógica para melhor atender às exigências do processo ensino-aprendizagem da Geometria Plana.

2.1.1 Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel

A psicologia cognitivista, também conhecida por cognitivismo, é uma parte da psicologia que se preocupa com o processo da compreensão, da transformação, do armazenamento e do uso da informação envolvida na cognição (MOREIRA; MASINI, 2006).

Moreira e Masini (2006, grifo nosso) apontam que os significados são pontos de partida para a atribuição de outros significados, constituindo pontos básicos de ancoragem. Assim, os primeiros significados originam o que se denomina **estrutura cognitiva**.

A estrutura cognitiva aporta e organiza as informações, de qualquer modalidade do conhecimento, armazenadas pelo aluno, conduzindo-o a aprendizagem cognitiva. O conteúdo previamente detido pelo educando representa um forte influenciador no processo de aprendizagem, pois, novas informações serão entendidas e armazenadas na proporção qualitativa da estrutura cognitiva prévia do educando, construindo uma aprendizagem significativa (MOREIRA; MASINI, 2006).

Para Moreira e Masini (2006, grifo nosso), Ausubel é um representante do cognitivismo que propõe a **Teoria da Aprendizagem Significativa** como uma explicação teórica do processo de aprendizagem para clarificar a aprendizagem escolar e o ensino em geral.

Ausubel (1973, grifo nosso), explica que a **Aprendizagem Significativa** é o processo em que um novo conhecimento se relaciona de maneira não-arbitrária e não-literal à estrutura cognitiva do aluno. Assim, o conhecimento prévio que o educando traz, interage de forma significativa com o novo conhecimento apresentado a ele, provocando mudanças em sua estrutura cognitiva já existente.

Entende-se, que a organização cognitiva do educando é importante para a aprendizagem de conceitos científicos, pois estes são constituídos por uma organização de conceitos e proposições, que formam um conjunto de novas relações, que interagem com uma estrutura de conhecimento específica, denominada, por Ausubel (1973), de subsunçor.

Segundo Ausubel (1973, p. 25, grifo nosso), **subsunçor** é uma estrutura específica na qual uma nova informação pode se agregar ao cérebro humano, que é altamente organizado e detentor de uma hierarquia conceitual que armazena experiências prévias do educando. Em Matemática, por exemplo, se os conceitos de unidades de medida já existem na estrutura cognitiva do aluno, eles serviriam de subsunçores para novas informações referentes aos conceitos de perímetro e área.

Ausubel, Novak e Hanesian (1980, p. 34) explicam que “a aprendizagem significativa envolve a aquisição de novos significados e estes, por sua vez, são produtos da aprendizagem significativa”. Ou seja, a manifestação de novos significados no educando ajuíza o complemento de um processo de aprendizagem significativa. Assim, os resultados das experiências de aprendizagem de uma pessoa estão organizados em blocos hierarquizados de conhecimentos.

Nessa linha de raciocínio, Ausubel (1973) entende que a aprendizagem é uma organização e uma integração do material na estrutura cognitiva, por meio de uma estrutura hierárquica de conceitos e dividida em três fases:

A **primeira fase da Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel** sugere o uso dos **organizadores prévios** como estratégia para manipular a estrutura cognitiva, quando o aluno não dispõe de subsunçores para ancorar as novas aprendizagens, ou, quando for constatado que os subsunçores existentes em sua estrutura cognitiva não são suficientemente satisfatórios e estáveis para desempenhar as funções de ancoragem do novo conhecimento (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980, grifo nosso).

Os organizadores prévios, também podem servir como ativadores de subsunçores que não estavam sendo usados pelo aluno, mas que estão presentes na estrutura cognitiva. Segundo Moreira e Masini (2006), os organizadores prévios podem se apresentar sob a forma de textos, filmes, esquemas, desenhos, fotos, perguntas, mapas conceituais, entre outros, que são apresentados ao aluno em primeiro lugar, em nível de maior abrangência, que permitam a integração dos novos conceitos aprendidos, tornando mais fácil o relacionamento da nova informação com a estrutura cognitiva já existente.

Salienta-se que o organizador prévio não é um resumo do que vai ser apresentado ao educando, mas ele deve estar em um grau de abstração ou de generalidade capaz de facilitar a integração da nova idéia, atuando como elo entre a estrutura hierárquica de conhecimentos com aquilo que já existe (AUSUBEL, 1973).

Diante do exposto, o professor na introdução de um novo conteúdo matemático, por exemplo, área de uma figura geométrica plana, deve procurar fazer uso dos subsunçores que ancoram esse tema, sendo que esses subsunçores podem ser os conceitos de segmentos de reta, medida, unidades de medida ou mesmo proposições sobre esses temas.

No caso do educando não apresentar os subsunçores necessários para ancorar o conteúdo a ser estudado, Moreira (1999) sugere que o professor, deve apresentar esses conceitos para o aluno, para então explicar o novo conteúdo, propriamente dito. Há ainda, segundo Moreira (1999), a possibilidade do aluno possuir os subsunçores, mas estes não se apresentarem ativos em sua estrutura cognitiva.

Assim, o professor deve desenvolver um trabalho com organizadores prévios para preparar ou ativar os conhecimentos prévios já existentes. Voltando ao exemplo citado, o professor poderia trabalhar com os alunos os conceitos de segmentos de reta, medida, unidades de medida, deixando o conteúdo área para uma segunda etapa.

Na **segunda fase da Teoria da Aprendizagem Significativa**, Ausubel (1973) sugere que o material seja potencialmente significativo para o aluno e que este manifeste uma disposição de relacionar o novo material de maneira substantiva e não-arbitrária a sua estrutura cognitiva. Nesse entender, o que inicialmente acontece quando o aluno recebe uma informação nova é tentar incluí-la em um dos subsunçores já existentes, ou seja, relacionar a informação nova com as já existentes na estrutura cognitiva do aluno.

Para agilizar o processo de subsunção, os recursos de ensino usados pelo professor devem procurar associar o material novo com o apresentado anteriormente, por meio de referências e/ou de comparações presentes em atividades que demandem o uso do conhecimento de maneira nova (MOREIRA; MASINI, 2006).

Mas, Ausubel, Novak e Haniensem (1980, p. 42) alertam que a aprendizagem significativa "não deve ser interpretada simplesmente como a aprendizagem de material significativo", pois, na aprendizagem significativa, os materiais são potencialmente significativos se já apresentarem significados. Ou seja, a aquisição de novos significados, se completa por definição, antes mesmo de qualquer tentativa de aprendizagem.

Dessa forma, o professor precisa levar o aluno a identificar o conteúdo relevante na estrutura cognitiva e explicar a importância desse conteúdo para a aprendizagem do novo material. Os autores Ausubel, Novak e Haniensem (1980, p. 42) completam o exposto, salientando que o conteúdo precisa conter relações importantes para oferecer uma visão geral do material em um nível mais alto de abstração, bem como fornecer elementos organizacionais inclusivos que destaquem o conteúdo específico do novo material.

Por exemplo, no ensino da Geometria o conceito de área poderá ter significado para o aluno se ele for relacionado com outro conteúdo – unidades de medida – já existente na estrutura cognitiva do aluno. Nesse entendimento, o conhecimento prévio sobre medida, unidades de medida, entre outros, ajudarão na elaboração do conceito de área, pois os mesmos irão funcionar como ancoradouros para o novo conceito.

Finalmente, na **terceira fase da Teoria da Aprendizagem Significativa**, Moreira (1999, p. 22) salienta que a partir da relação entre os conhecimentos novos e os subsunçores existentes na estrutura cognitiva do educando, os saberes serão re-modelados ou re-significados e se tornarão mais importantes ainda para atuarem como subsunçores ou conhecimentos prévios, dando significado para o estudo de novos conceitos.

Exemplificando, o professor espera que um aluno da 5ª série do Ensino Fundamental ao ter contato com os conteúdos matemáticos, como o conteúdo Polígonos, deve já possuir subsunçores que sirvam para ancorar essa nova informação.

Moreira (1999, p. 22), explica que uma vez os significados iniciais sejam estabelecidos por símbolos de conceitos, novas aprendizagens significativas re-significarão esses símbolos, formando novas relações, entre os conceitos anteriormente adquiridos. Cabe explicar, que a estrutura cognitiva pode ser fortalecida por meio de estratégias de ensino, do emprego de sequências na apresentação dos conteúdos, da realização de *feedback* dos conteúdos, entre outros. Mas, se com todos esses artefatos, o conteúdo escolar a ser aprendido não conseguir ancorar-se a um conhecimento já internalizado, ocorrerá uma aprendizagem mecânica.

Segundo Ausubel (1973, p. 23, grifo nosso) **aprendizagem mecânica** é aquela que encontra muito pouca ou nenhuma informação prévia na estrutura cognitiva dos alunos, com a qual possa se relacionar, não havendo interação entre o que já está armazenado e as novas informações. Ou seja, quando as novas informações são aprendidas sem interagir com conceitos relevantes existentes na estrutura cognitiva, o aluno decora fórmulas e leis, mas as esquece logo após a avaliação.

Em Matemática, a simples memorização das fórmulas para calcular a área das figuras geométricas planas é um exemplo de aprendizagem mecânica, embora se possa argumentar que algum tipo de associação ocorrerá nesse caso. Moreira (1999, p. 154), explica que a aprendizagem se torna mecânica, quando produz uma menor aquisição e atribuição de significado, passando a nova informação a ser armazenada isoladamente ou por meio de associações arbitrárias na estrutura cognitiva do aluno.

Nesse entendimento, a aprendizagem mecânica é necessária para os alunos no caso da apresentação de conceitos novos, transformando-se, posteriormente em aprendizagem significativa. Segundo Ausubel (1973), a aprendizagem torna-se mais significativa à medida que a nova informação é agrupada às estruturas de conhecimento do educando, passando a ganhar sentido ao novo conhecimento a partir da relação com seu conhecimento prévio.

De um modo geral, Ausubel, Novak e Hanesian (1980, grifo nosso), apontam que tanto a aprendizagem significativa, quanto a aprendizagem mecânica podem apresentar dois tipos básicos de aprendizagem: por recepção e por descoberta. Esses autores, explicam que a **aprendizagem por recepção**, poderá ocorrer na forma de aprendizagem mecânica ou de aprendizagem significativa quando

> todo conteúdo daquilo que vai ser aprendido é apresentado ao aluno sob a forma final. A tarefa de aprendizagem não envolve qualquer descoberta independente por parte do estudante. Do aluno exige-se somente internalizar ou incorporar o material (uma lista de sílabas sem sentido ou adjetivos emparelhados; um poema ou um teorema geométrico) que é apresentado de forma a tornar-se acessível ou reproduzível em alguma ocasião futura (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980, p. 20).

Nesse sentido, a aprendizagem por recepção no estudo da Geometria, acontecerá, por exemplo, quando o professor explicar a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo, apresentando, de imediato, a seus alunos a lei de formação para realizar essa soma. Nesse caso o professor estará exigindo apenas a internalização da lei de formação, para que o aluno possa aplicá-la, apenas como algoritmo, na resolução de atividades.

Esse exemplo de aprendizagem por recepção será um exemplo de aprendizagem por recepção mecânica, quando for exigido do educando apenas a internalização da lei de formação, sem nenhum significado. E, significativa quando a lei de formação for entendida durante o processo de internalização do conteúdo.

Ausubel, Novak e Hanesian (1980, grifo nosso), também explicam que na **aprendizagem por descoberta**, sendo ela mecânica ou significativa

> o aluno deve reagrupar informações, integrá-las à estrutura cognitiva existente e reorganizar e transformar a combinação integrada, de tal forma que dê origem ao produto final desejado ou à descoberta de uma relação perdida entre meios e fins. Concluída a aprendizagem por descoberta, o conteúdo descoberto torna-se significativo da mesma forma que o conteúdo apresentado torna-se significativo na aprendizagem por recepção (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980, p. 21).

Para que ocorra a aprendizagem por descoberta, é necessário, por exemplo, que o aluno, a partir de construções de triângulos e/ou das medições dos seus ângulos, chegue, por meio de processos metodológicos diversos, ao resultado esperado.

Ressalta-se que a aprendizagem será mecânica, quando for exigido do educando apenas a construção dos triângulos, sem nenhum significado. E, significativa quando a construção for compreendida durante o processo de internalização.

De acordo com Moreira e Masini (2006), conforme ocorre a aprendizagem significativa, conceitos são desenvolvidos, elaborados e diferenciados em decorrência de sucessivas interações, o que leva à diferenciação progressiva e à reconciliação integrativa.

Moreira e Masini (2006, grifo nosso), explicam que na **diferenciação progressiva**, o conteúdo deve ser programado de forma que os conceitos gerais e inclusivos da disciplina sejam apresentados por primeiro e progressivamente distinguidos por meio de conceitos específicos. Nesse sentido, na diferenciação progressiva a aprendizagem significativa é um processo contínuo no qual os alunos adquirem conhecimentos mais significativos à medida que são estabelecidas novas relações entre os conceitos apresentados.

Por exemplo, ao ensinar o aluno a calcular a área de formas geométricas quadrangulares, retangulares e triangulares, inicialmente devem ser ensinadas as três formas geométricas num nível geral. Para, em um segundo momento, detalhar os três itens, destacando suas semelhanças e diferenças.

Já, na **reconciliação integradora**, Moreira e Masini (2006, grifo nosso) apontam que a apresentação do material deve ser feita por meio da exploração das relações entre as idéias, demonstrando as semelhanças e as diferenças significativas encontradas nos conteúdos estudados. Logo, a reconciliação integradora é o processo pelo qual o aluno reconhece novas relações entre conceitos até então vistos de forma isolada.

Por exemplo, o professor ao formular atividades matemáticas sobre o cálculo da área de formas geométricas, se num primeiro momento solicitar que se calcule a área de uma região quadrada, num segundo momento, deverá elaborar atividades fornecendo o valor dessa área e solicitar que o aluno encontre a medida dos lados da forma geométrica. Cabe salientar que o professor deve elaborar questões não familiares ao aluno.

O **quadro 1** expõe algumas características que podem auxiliar a identificação dos tipos de aprendizagem.

TIPOS DE APRENDIZAGEM		CARATERÍSTICAS
Significativa	por recepção	O aluno recebe conhecimentos e consegue relacioná-los com os conhecimentos da estrutura cognitiva que já apresenta.
	por descoberta	O aluno chega ao conhecimento sozinho e consegue relacioná-lo com os conhecimentos adquiridos anteriormente.
Mecânica	por recepção	O aluno recebe conhecimentos e não consegue relacioná-los com os conhecimentos da estrutura cognitiva que já apresenta.
	por descoberta	O aluno chega ao conhecimento sozinho e não consegue relacioná-lo com os conhecimentos adquiridos anteriormente.

Quadro 1 - Os tipos de aprendizagem e suas características segundo Ausubel.
Fonte: Autoria própria.

Conclui-se que para Ausubel, Novak e Hanesian (1980), tanto a aprendizagem por recepção quanto a aprendizagem por descoberta podem ser significativas ou mecânicas, dependendo da maneira como a nova informação é armazenada na estrutura cognitiva. Ainda segundo esses autores, a aprendizagem por recepção e a por descoberta podem ocorrer concomitantemente, na mesma atividade de aprendizagem, e situarem-se ao longo de um *continuum.*

Resumidamente, na Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel, os principais conceitos relativos à aprendizagem se articulam esquematicamente conforme o exposto na **figura 1**

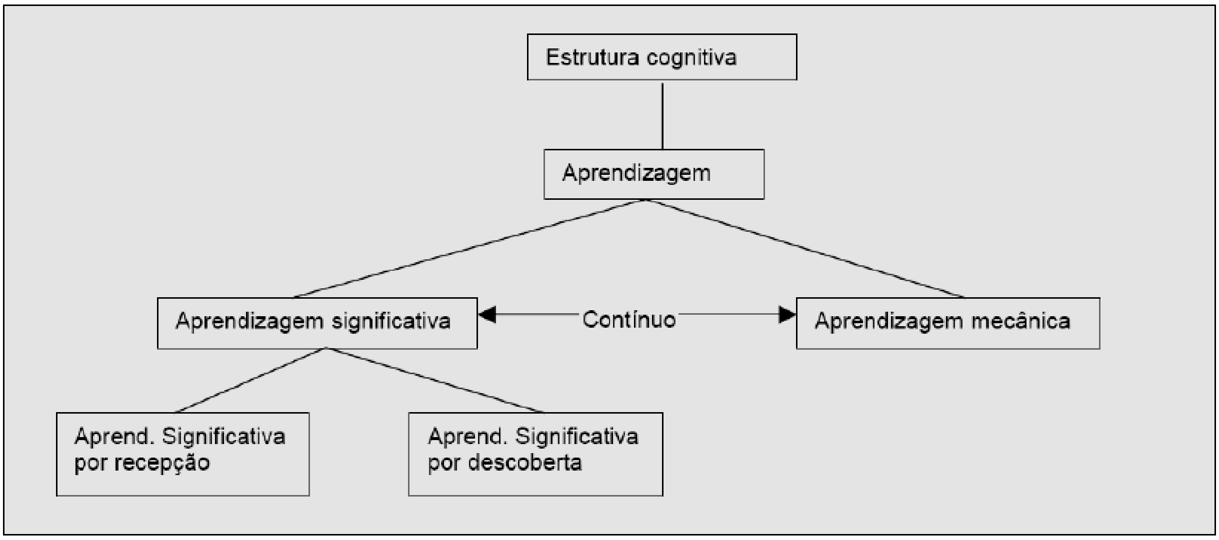


Figura 1 – Esquema dos principais conceitos relativos à aprendizagem de acordo com a Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel.
Fonte: Faria, 1989, p. 07.

Nesse entendimento, os organizadores prévios devem ser apresentados no início das atividades, mas precisam ser formulados em termos familiares ao aluno. Também, devem permitir ao educando o aproveitamento das características de um subsunçor, caso ele já exista.

Para tanto, o professor deve identificar um conteúdo relevante na estrutura cognitiva do aluno e fazer uso desse conteúdo para o desenvolvimento da aprendizagem do novo material. Nesse caso, o professor pode ressaltar relações entre os conteúdos novos e velhos, oferecendo uma visão geral do material em um nível mais alto de abstração (AUSUBEL, 1973).

Assim, pressupõe-se que o material seja potencialmente significativo para o aluno e que o mesmo manifeste uma disposição de relacionar o novo material de maneira substantiva e não-arbitrária a sua estrutura cognitiva, havendo assim uma aprendizagem significativa.

2.1.2 Teoria de van Hiele

O casal de pesquisadores holandeses Pierre van Hiele e Dina van Hiele-Geoldof, na década de 1950, identificou dificuldades de aprendizado no conteúdo de Geometria em seus alunos do curso secundário. A partir de então, passaram a realizar experiências científicas para observar a origem dessas dificuldades. Essas experiências conduziram o casal van Hiele, em 1957, a desenvolver uma teoria que trata do desenvolvimento do pensamento geométrico, mais especificamente, do ensino e aprendizagem da Geometria. Essa teoria passou a ser conhecido como Teoria de van Hiele (NASSER; SANT'ANNA, 2004).

Segundo Serrazina (1996), a Teoria de van Hiele, afirma que a aprendizagem é um processo gradual, global e construtivo. Gradual, porque acredita que a intuição, o raciocínio e a linguagem geométrica são alcançados gradualmente. Global, porque figuras e propriedades não são abstrações isoladas, mas implicam em vários estados que conduzem a outros significados. E, construtivo, porque pressupõem que o educando deverá construir por si próprio seus conceitos.

Nesse entendimento, essa teoria se ajusta dentro da didática da Matemática e, de forma mais específica, na didática da Geometria. Para Nasser e Sant'Anna (2004) a idéia central desse modelo, é que a aprendizagem da Geometria se faz, passando por níveis graduais de pensamento e cada um desses níveis são caracterizados por relações entre os objetos de estudo, por meio de uma linguagem própria.

De modo geral, pesquisadores como Serrazina (1996), Nasser (2004), Sant' Anna (2004), objetivam testar a validade do modelo, sua viabilidade e as vantagens de sua aplicação. Esses autores afirmam que o modelo de raciocínio em Geometria estruturado por van Hiele estabelece que os alunos desenvolvem o seu pensamento geométrico passando pelos níveis de aprendizagem que a teoria estabelece, quando são sujeitos a um processo de aprendizagem adequado.

Nasser e Sant'Anna (2004) apontam que o modelo de van Hiele sugere cinco níveis de aprendizagem para o ensino da Geometria: nível 0 – visualização; nível 1 – análise; nível 2 - dedução informal; nível 3 - dedução formal e nível 4 – rigor.

Constata-se inicialmente no **nível 0**, que os alunos não reconhecem as partes das figuras geométricas, não percebem as relações entre os componentes das figuras nem entre elas. A comparação e a nomenclatura das figuras geométricas se dão por sua aparência global, não por suas partes ou propriedades. Logo, o conhecimento de Geometria é baseado principalmente em seus aspectos físicos e em sua posição no espaço. Assim, os alunos utilizam as propriedades geométricas de forma imprecisa.

Partindo para o **nível 1**, o aluno ainda não consegue fazer uso das propriedades das figuras geométricas para resolver problemas, pois é nesse momento que o aluno inicia o reconhecimento das propriedades geométricas presentes em cada figura e passa a fazer generalizações das mesmas. As figuras passam a ser identificadas por suas partes, mas ainda não é possível explicar as relações entre as diversas propriedades, entre as figuras e as definições não são compreendidas. Contudo, o aluno ainda não consegue fazer relação entre diferentes propriedades de uma figura nem entre figuras de outros grupos.

Já no **nível 2**, os alunos são capazes de deduzir as propriedades de uma figura e reconhecer classes de figuras. Por conseguinte, a partir desse nível os alunos compreendem a inclusão de classes e as definições geométricas e também seguem ou produzem um argumento informal. No entanto, é frequente a utilização de resultados empíricos e de técnicas de dedução, o que torna possível seguirem provas formais.

Observa-se que no **nível 3**, os alunos são capazes de construir uma demonstração, seguindo diversos caminhos para compreender a diferença entre condição necessária e condição suficiente e de distinguir teorias contrárias. Os alunos passam a dominar o processo dedutivo e as demonstrações. Reconhecem, assim, as condições necessárias e suficientes para fazer as deduções, passando a aceitar as diferentes possibilidades de se atingir um mesmo resultado.

Percebe-se então, no **nível 4**, que os alunos apresentam capacidade de compreender demonstrações formais e de estabelecer teoremas em diversos sistemas, comparando-os, bem como deduções abstratas, baseando-se em um sistema de axiomas pré-determinado e estabelecer a compreensão da importância da precisão ao tratar de fundamentos e relações matemáticas.

Observa-se que em cada nível de aprendizagem, a Teoria de van Hiele apresenta uma linguagem própria, atribuindo à linguagem um papel decisivo na estruturação do pensamento. O **quadro 2** apresenta um resumo da estrutura e um exemplo de atividade para o conteúdo de Geometria, para cada nível da Teoria de van Hiele.

NÍVEL	ESTRUTURA	EXEMPLO
0 – Visualização	Comparação e nomenclatura das figuras geométricas por sua aparência global, não por suas partes ou propriedades.	Classificação de recortes em jornais e/ou revistas de quadriláteros em grupos, por exemplo, de: Quadrados Retângulos Paralelogramos Losangos Trapézios.
1 – Análise	Análise das figuras em termos de seus componentes. Reconhecimento de suas propriedades.	Descrição de um quadrado através de propriedades: 4 lados iguais. 4 ângulos retos. Lados opostos iguais e paralelos.

2 – Dedução Informal	Alunos conseguem estabelecer inter-relações de propriedades de figuras e entre figuras. Alunos são capazes de deduzir propriedades de uma figura e reconhecer classes de figuras. A inclusão de classes é compreendida.	Num quadrilátero, se os lados opostos são paralelos, então necessariamente os ângulos opostos são iguais.
3 – Dedução Formal	Domínio do processo dedutivo e das demonstrações. Reconhecimento de condições necessárias e suficientes.	Demonstração de propriedades de triângulos e quadriláteros usando a congruência de triângulos.
4 – Rigor	Capacidade de compreender demonstrações formais. Estabelecimento de teoremas em diversos sistemas e comparação dos mesmos.	Geometrias não- euclidianas. Estabelecimento e Demonstração de teoremas em uma geometria finita.

Quadro 2 - Nível, estrutura e exemplos da aplicabilidade dos níveis da Teoria de van Hiele.
Fonte: Autoria própria.

Segundo Serrazina (1996), o desenvolvimento da aprendizagem de Geometria por um aluno é o resultado da passagem pelos níveis anteriores de compreensão de conceitos, por meio da vivência de atividades adequadas e organizadas pelo professor.

Nasser e Sant'Anna (2004) estabelecem a Teoria de van Hiele como uma estrutura de desenvolvimento do pensamento geométrico dividida em 05 (cinco) fases de aprendizagem em cada nível, sendo elas: fase 1 – interrogação/informação; fase 2 – orientação dirigida; fase 3 – explicação; fase 4 – orientação livre e fase 5 – integração.

Inicialmente na **fase 1**, os alunos recebem informações sobre o novo campo de estudo, as atividades, os métodos e os materiais que serão utilizados. Cabe ao professor fazer a identificação dos conhecimentos prévios dos alunos, para tanto, por exemplo, podem ser sugeridas atividades como essas: O que é um losango? O que é um quadrado? O que é um paralelogramo?

Consta que na **fase 2**, os alunos são orientados, através de atividades e problemas propostos, a descobrir e aprender as várias relações do novo conhecimento. Nesse caso, o professor deve sugerir pequenas tarefas que exploram o conteúdo ensinado. Cabe também, ao professor organizar o material a ser utilizado nessas atividades. Um exemplo de atividade que envolve o conteúdo de Geometria, nessa fase da Teoria de van Hiele é a construção de um losango de diagonais iguais.

Já na **fase 3**, os alunos expressam e trocam suas visões sobre o que observaram baseando-se nas experiências anteriores, expressando os resultados obtidos, discutindo suas experiências com o professor e demais alunos, tomando plena consciência das características correspondentes ao tema estudado. Logo, pode-se continuar com as atividades sugeridas na **fase 2**, porém com mais aprofundamento, ou seja, continua-se com as atividades de construção de losangos e pede-se para os alunos responderem questões sobre as construções, como por exemplo, questionar quais as propriedades da figura construída na atividade anterior.

Na sequência, na **fase 4***,* os alunos passam a utilizar os conhecimentos adquiridos para resolver atividades e problemas diferentes dos anteriores. As atividades propostas incluem situações novas e problemas desafiadores e simples aplicações dos conceitos aprendidos. Nesse momento, o professor se limita apenas a ajudar o mínimo possível o aluno na realização das atividades. Nessa fase são sugeridas atividades livres, como por exemplo, dobrar uma folha de papel ao meio, e depois outra vez ao meio, para então imaginar que tipo de figura pode ser obtida se cortar o canto formado pelas dobras.

E, finalmente, na **fase 5**, os alunos revêem e sintetizam o que aprenderam com o objetivo de formar uma visão geral da nova rede de objetos e relações. Nessa fase, o professor não deve aplicar atividades que levem os alunos à introdução de novos conceitos. O professor deve apenas promover exercícios que conduzam o aluno a organizar o que foi aprendido e as atividades que devem ser desenvolvidas. Logo, o professor deve fazer uso de atividades que promovam uma síntese do que foi aprendido, por exemplo, o professor pode solicitar que seus alunos descrevam as propriedades do losango construído na **fase 2**.

Entende-se que as 05 (cinco) fases do aprendizado, sugeridas na Teoria de van Hiele, conduzem o aluno a um progresso ao longo dos níveis por meio das instruções recebidas. Ressalta-se que o método, a organização do curso, o conteúdo e o material usados pelo professor são fundamentais para o sucesso da aprendizagem.

De acordo com Nasser e Sant'Anna (2004), a Teoria de van Hiele, apesar de ser uma teoria que obedece à sequência das partes para o todo, promove o apontamento das lacunas que o aluno apresenta no processo de aprendizagem dos conteúdos geométricos. Nesse sentido, esse modelo permite que o professor organize sua prática pedagógica para facilita a aprendizagem do aluno. Pois, os educandos progridem de um nível para o seguinte, por meio de atividades adequadas e ordenadas, estabelecendo uma integração entre a formação, a vivência escolar, as aplicações do saber matemático e a integração do mesmo com o dia a dia.

2.2 TENDÊNCIAS METODOLÓGICAS

Nos últimos cem anos (1908 – 2008, no que toca ao ensino de Matemática no Brasil houveram contribuições metodológicas dos três movimentos de ensino escolar: **Movimento da Matemática Clássica, Movimento da Matemática Moderna** e **Movimento da Educação Matemática**.

Esses movimentos se utilizaram de diferentes estratégias de ensino, cada um com características peculiares às tendências metodológicas que os aportam. De acordo com Fiorentini (1995, p. 03), tendência é

> um saber funcional, ou seja, é uma modalidade de conhecimento, socialmente elaborada e partilhada, criada na prática pedagógica quotidiana e que se alimenta não só das teorias científicas (Psicologia, Antropologia, Sociologia, Filosofia, Matemática, ...), mas também de grandes eixos culturais, de ideologias formalizadas, de pesquisas, de experiências de sala de aula e das comunicações quotidianas.

Nesse entendimento, surge a necessidade de se investigar algumas tendências metodológicas que marcaram cada um desses movimentos matemáticos, enfocando o conteúdo de Geometria Plana. Para tanto, propõe-se, neste momento, reflexões sobre algumas tendências metodológicas que norteiam o trabalho matemático em sala de aula. Assim, ao se tratar do movimento da **Matemática Clássica** o foco está voltado à **Tendência Formalista Clássica***,* no **Movimento da**

Matemática Moderna à **Tendência Formalista Moderna** e no **Movimento da Educação Matemática** se enfatiza a **Tendência Resolução de Problemas**.

2.2.1 Movimento da Matemática Clássica: a Geometria no Formalismo Clássico

No início do século XX, com o intuito de modificar o ensino da Matemática na educação mundial, Hilbert e seus colaboradores – Bernays, Ackermann, von Neumann, entre outros – estavam convictos de que cada ramo da Matemática poderia ser apresentado como uma teoria formal. Embasados nesse pensar, iniciaram um trabalho que resultou no que se conhece hoje por **Formalismo Clássico** (EVES, 1997, p. 682, grifo nosso).

Segundo Machado (2005, p. 29), Hilbert adotou as idéias de Kant para caracterizar o Formalismo, baseando-se nos seguintes apontamentos:

> a) a Matemática compreende descrições de objetos e construções concretas, extralógicas;
> b) estas construções e estes objetos devem ser enlaçados em *teorias formais* em que a Lógica é o instrumento fundamental;
> c) o trabalho do matemático deve consistir no estabelecimento de teorias formais consistentes, cada vez mais abrangentes até que se alcance a formalização completa da Matemática.

Com esse entendimento, Machado (2005, p. 75, grifo nosso) define a **Teoria Formal** como “um jogo sobre uma linguagem escrita, com regras sintáticas explícitas, que procuram prever todos os casos sem ambiguidade”. Ainda segundo Machado (2005, p. 35-36), “a pretensão inicial dos formalistas era a de obter um sistema formal que englobasse toda a Matemática clássica e que fosse consistente e completo”, assim o trabalho do matemático compreenderia o estabelecimento de teorias formais, cada vez mais abrangentes até que se alcançasse a formalização completa da Matemática.

Desse modo, a formalização passou a apresentar uma linguagem própria representada por símbolos desenvolvidos pela lógica dedutiva. De acordo com os formalistas, não existem objetos matemáticos, “a matemática consiste em axiomas, definições e teoremas – em outras palavras fórmulas” (DAVIS; HERSH, 1985, p. 360).

No Brasil, no início do século XX, começaram a surgir reuniões, principalmente na cidade do Rio de Janeiro, nas quais alguns intelectuais, destacando-se Theodoro Ramos e Lélio Gama, discutiram e redefiniram o papel do homem na ciência, de seu valor e de seu desempenho, assim como estabeleceram novos rumos para o ensino da Matemática nas escolas brasileiras (VALENTE, 2003).

Assim, a partir da década de 1920, o país passou por várias transformações políticas e econômicas, em que os movimentos ligados à educação vieram com a intenção de reorientar a grade curricular das escolas. Fiorentini (1995, grifo nosso) afirma que foi nesse momento histórico que o currículo científico firmou-se, surgindo a **Matemática Escolar Clássica**.

Nessa Matemática, o estudo da Geometria levava o aluno, gradualmente, a agrupar fatos particulares e a adquirir ideias gerais da matéria com grande abstração dos processos matemáticos (VALENTE, 2003).

Em 1929, uma nova estrutura se estabeleceu para a Matemática Escolar no Brasil. Foi nesse ano que se criou, no curso secundário, a disciplina denominada Matemática, a qual passou a reunir os conteúdos de Aritmética, Álgebra e Geometria (ROCHA, 2001).

Na tentativa de nortear o andamento desse novo ensino-aprendizagem da Matemática, Roxo, em 1929, lançou como recurso de ensino para o processo escolar, a coleção de livros *Curso de Mathemática Elementar* (SILVA, 2003). Entende-se que a principal intenção de Roxo nessa obra era reestruturar os conteúdos a serem ensinados, por meio da Geometria e suas aplicações de noções intuitivas, permeando-a aos conteúdos da Álgebra e da Aritmética (SILVA, 2003).

Em 1930, Cecil Thiré e Mello e Souza lançaram o livro didático *Matemática - 1º ano ginasial*. Nessa obra, os autores preservaram, numa primeira parte, os conteúdos que tradicionalmente estruturavam a Aritmética. E, em uma segunda parte, adicionaram as noções de Geometria, que em nada se articulava com a Álgebra e, por fim, incluíram uma primeira parte dos conteúdos de Álgebra, que apresentavam uma colagem em três tempos do que tradicionalmente vinha sendo ensinado nos eixos da Matemática (SILVA, 2003).

Segundo Silva (2003, p. 133), “a partir da década de 1930, notamos sinais indicativos do início de formação da comunidade matemática brasileira”. Esse autor ainda esclarece que essa comunidade apresentava, inicialmente, preocupações em realizar pesquisas científicas em busca de resultados diferenciados para o ensino da Matemática. Mas, após um breve espaço de tempo, percebeu-se que o verdadeiro intuito da pesquisa científica era considerar a importância dos resultados obtidos em seus trabalhos, no seio da comunidade matemática internacional (SILVA, 2003).

Os anos de 1940 foram marcados por listas de exercícios e demonstrações de teoremas geométricos. Assim, antes de 1950, o ensino de Matemática ocupava-se com cálculos aritméticos, identidades trigonométricas, problemas de enunciados grandes, demonstrações de teoremas de Geometria e resolução de problemas sem utilidade prática (SOARES, 2001, p. 63).

Segundo Marques (2005, p. 56), na década de 1950, a educação básica brasileira passou a ser regida pela Portaria de 1951, regulamentada como Portaria Ministerial nº 966, cujo objetivo era estabelecer um programa mínimo a ser desenvolvido nas escolas, diante da expansão do ensino básico no Brasil. Pavanello (1989), explica que segundo a Portaria Ministerial nº 966, a Geometria deveria ser abordada, nas 3ª e 4ª séries do ensino ginasial (hoje 7ª e 8ª séries do Ensino Fundamental). Sendo que esse estudo começava na 3º série com os conteúdos: figuras geométricas, plano, reta e círculo; depois eram estudadas as linhas proporcionais, a semelhança de polígonos, as relações trigonométricas no triângulo retângulo e as tábuas naturais. Já, na 4ª série, deveriam ser estudados os seguintes conteúdos: relações métricas nos polígonos e no círculo, cálculo de áreas de figuras planas.

Seguindo os apontamentos da Portaria de 1951, a coleção *Matemática – curso ginasial* (SANGIORGI, 1953) apresentou no prefácio do volume para a 3º série ginasial (hoje 7ª série do Ensino Fundamental) o papel da Geometria

> Tem este terceiro volume, a nosso ver, grande responsabilidade na iniciação geométrica dedutiva dos alunos da escola secundária. De fato, é nesta fase do curso, que os conhecimentos geométricos devem ser aprofundados, de modo a permitir uma assimilação segura aos alunos, dentro de uma técnica demonstrativa, acessível e uniforme, tanto quanto possível. Com este objetivo, o processo demonstrativo que empregamos é composto de partes numeradas, das quais a primeira vista, quase sempre, às construções auxiliares necessárias à demonstração, acompanhadas de

> propriedades evidentes; a segunda envolve dedução, à base de raciocínios sucessivos, e a conclusão. Só, excepcionalmente, existe uma terceira parte com a finalidade de dividir um raciocínio muito extenso da segunda (SANGIORGI, 1953, p. 17).

Para tanto, Sangiorgi (1953) apresentou alguns axiomas já no início da obra e a partir deles enunciou e demonstrou teoremas e propriedades, seguindo uma sequência didática tradicional, com definições, propriedades, teoremas e exercícios apresentados no final de cada conteúdo.

Com esse apoio didático, as aulas de Matemática passaram a apresentar demonstrações de teoremas, expostos pelo professor e decorados pelos alunos. Logo, a resolução de exercícios era padronizada, pois os alunos os resolviam, seguindo um modelo, com ênfase nos cálculos. Os recursos utilizados eram giz, quadro-negro e livro-texto (BURIGO, 1989, p. 40).

Corroborando com os apontamentos sobre o ensino da Matemática, Fiorentini (1995, p. 09, grifo nosso), conclui que "até o final da década de 1950, a tendência que prevaleceu no ensino da Matemática no Brasil foi a **Tendência Formalista Clássica**", com o ensino da Matemática ocupando-se com cálculos aritméticos, com identidades trigonométricas e com demonstrações de teoremas de Geometria.

2.2.2 Movimento da Matemática Moderna: a Geometria no Formalismo Moderno

Seguindo uma orientação mundial, no Brasil, vários educadores, entre eles Osvaldo Sangiorgi, Jacy Monteiro, Omar Catunda, Benedito Castrucci e Ubiratan D'Ambrósio, passaram a repensar o ensino da Matemática, buscando uma melhora para seu processo de ensino-aprendizagem. Para tanto, esses educadores começaram a estudar e a falar sobre uma nova concepção para o ensino da Matemática (VALENTE, 2008).

Segundo Valente (2003), Sangiorgi justifica esses estudos afirmando que o ensino da Matemática desenvolvido nas escolas, até então, estava ultrapassado. D'Ambrósio (2007) completa essa justificativa, afirmando que para modernizar não era necessário criar uma nova disciplina, mas inová-la, tornando-a mais atraente para os alunos.

Assim, no início da década de 60, o ensino da Matemática no Brasil e no mundo passou por intensas reformulações desencadeadas por um movimento que ficou conhecido como **Movimento da Matemática Moderna** (FIORENTINI, 1995, grifo nosso).

Esse movimento promoveu alterações no ensino da Matemática. Miorim (2004, p. 114) explica que “a organização da Matemática Moderna baseava-se na teoria dos conjuntos, nas estruturas matemáticas e na lógica matemática”. Ainda, segundo a autora, para que esse objetivo fosse atingido, deveria se enfatizar o uso de uma linguagem matemática precisa e de justificações matemáticas rigorosas, em que os alunos não precisariam “saber fazer”, mas, sim, “saber justificar” por que faziam.

Nesse entender, as propostas defendidas pelo **Movimento da Matemática Moderna** apresentavam um elemento novo em relação à **Matemática Clássica** - a linguagem - que passou a enfatizar as relações, o uso de diagramas, de flechas, de símbolos, o rigor e as justificativas das transformações algébricas por meio das propriedades estruturais (FIORENTINI, 1995, grifo nosso).

Em 1961, Sangiorgi criou o Grupo de Estudos do Ensino da Matemática (GEEM), efetivando a divulgação do **Movimento da Matemática Moderna**. Nesse mesmo ano, a promulgação da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional/2024 de 1961, legalizou a modernização no currículo escolar (VILALOBO, 1969, grifo nosso). Segundo Fiorentini (1995), após a promulgação dessa lei, o ensino da Matemática deveria apresentar uma disciplina estruturada, apoiada em estruturas lógicas algébricas, topológicas e de ordem por meio da linguagem universal dos conjuntos.

Pavanello (1989, p. 163) aponta que a linguagem dos conjuntos enfatizava o ensino de símbolos e de uma terminologia complexa. Por isso, entende-se que ela poderia ser facilmente colocada em prática no que tange à Álgebra e à Aritmética, mas não em relação à Geometria.

Burigo (1989, p. 170-171, grifo nosso), relata um desabafo de Castrucci, sobre como a Geometria poderia ser incorporada aos princípios do **Movimento da Matemática Moderna**

> se nós estamos fazendo um movimento em que tudo tinha que nascer da teoria dos conjuntos e da ideia de estrutura, que era um princípio geral [...] a única coisa que a gente podia dizer em Geometria é que o plano é um conjunto de pontos, o espaço é um conjunto de pontos, a reta é um sub-conjunto do plano, mas depois como é que eu vou dizer, axiomas, teoremas, tudo o mais? [...] Então o processo foi sair uma Geometria também por meio de uma estrutura algébrica. Daí fizeram o estudo de Geometria já no ginásio por meio de espaços vetoriais, que é uma estrutura algébrica (BURIGO, 1989, p. 170-171).

Diante do exposto, entende-se que a Geometria passou a ser ensinada de forma algebrizada. Dessa forma, os livros didáticos da década de 1960, num primeiro momento, optaram por acentuar as noções de figura geométrica e de intersecção de figuras como conjunto de pontos do plano.

Sangiorgi (1953, grifo nosso) publicou no Brasil o primeiro livro didático com aportes na **Tendência Formalista Moderna**, *Matemática curso moderno*. Cabe salientar que esse livro que começou a circular a partir de 1964. No prefácio dessa obra, Sangiorgi exalta as possibilidades de ensino criadas pelo estudo da Matemática Moderna.

Em 1967, Bóscolo e Castrucci publicaram a coleção *Matemática: curso moderno*, destinada ao ensino ginasial (hoje, ensino de 5ª a 8ª série do Ensino Fundamental), que abordava os conteúdos matemáticos de acordo com o sugerido pelo **Movimento da Matemática Moderna** (ALVES, 2005, grifo nosso).

Ressalta-se que os livros didáticos, usados como principal recurso de ensino na **Tendência Formalista Moderna** abordavam uma proposta metodológica que tinha por finalidade atender à nova clientela heterogênea, tanto de alunos como de professores inseridos na rede de ensino em expansão.

No entanto, Pavanello (1989) afirma que os professores se encontravam despreparados para entenderem e ensinarem essa nova concepção de Matemática e, por isso, enfatizavam detalhes da teoria dos conjuntos em detrimento das idéias fundamentais. Assim, o conteúdo de Geometria passou a acentuar a noção de figura geométrica com a linguagem da teoria dos conjuntos e com a abordagem intuitiva, desprezando as demonstrações formais.

A década de 1970 iniciou com uma modificação expressiva na legislação educacional brasileira, por meio da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional/5692 de 1971, passando a propor uma estrutura do sistema educacional dividida em dois segmentos: o ensino de 1º Grau, com oito anos de escolaridade e o ensino de 2º Grau, com três anos (SILVA, 2008, p. 73).

Essa mesma lei também sugere que cada professor adotasse seu próprio programa de ensino, de acordo com as necessidades da clientela. Essa sugestão fez com que a maioria dos alunos do 1ª Grau (hoje Ensino Fundamental) não tivesse contato com o conteúdo de Geometria, principalmente, na escola pública, mesmo com o conteúdo inserido no livro didático (PAVANELLO, 1989).

Por esses motivos, passaram a ser discutidas novas propostas para abordar o ensino de Geometria. E, para manter coerência com o **Movimento da Matemática Moderna**, a Geometria seria desenvolvida por planos vetoriais ou por transformações (MIGUEL; FIORENTINI; MIORIM, 1992, grifo nosso). Assim, a Matemática Moderna apresenta-se nas escolas, por meio da simbologia da Teoria dos Conjuntos enfocada nos livros didáticos.

2.2.3 Movimento da Educação Matemática: a Geometria na Resolução de Problemas

No início da década de 1980, a Geometria encontrava-se relegada a um segundo plano no processo de ensino-aprendizagem da Matemática, reduzindo-se as atividades geométricas ao teorema de Pitágoras e algumas fórmulas para o cálculo de áreas e volumes (LORENZATO; FIORENTINI, 2001).

Nesse mesmo período, pesquisas na área da educação passaram a contar com o apoio de vários grupos envolvendo matemáticos, educadores e psicólogos, dando um salto no entendimento do processo de ensino-aprendizagem da Matemática.

O *School Mathematics Study Group* foi o grupo de pesquisas que, neste momento, mais se notabilizou pela publicação de livros didáticos e pela disseminação do ideário para além das fronteiras norte-americanas, atingindo também o Brasil e iniciando o **Movimento da Educação Matemática** (LORENZATO; FIORENTINI, 2001, grifo nosso).

Tal movimento, no entender de D'Ambrósio (1996, p. 35), apontava para uma educação matemática caracterizada por uma atividade multidisciplinar, que se praticava com o objetivo específico de transmitir conhecimentos e habilidades matemáticas por meio dos sistemas educativos: formal, não formal e informal.

Com a finalidade de dar suporte teórico para o **Movimento da Educação Matemática**, publicaram-se vários *Standards*, dentre os *quais* se destacaram: *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*[1] (1989), *Professional Standards for Teaching Mathematics*[2] (1991), *Assessment Standards for School Mathematics*[3] (1995), *Principles and Standards for School Mathematics*[4] (2000).

Esses *Standards* pregavam que o ensino da Matemática deveria fornecer uma introdução às formas de conhecimento que atendessem às necessidades tecnológicas e técnicas que o mundo passava a exigir. Assim, a **Educação Matemática** pretendia não somente ajudar os estudantes a aprenderem certas formas de conhecimento e de técnicas, mas também convidá-los a uma reflexão acerca do modo como essas formas devem ser aprendidas (D'AMBRÓSIO, 2007, grifo nosso).

---

[1] Foi projetado para falar àqueles muito próximos de poder tomar decisões sobre o currículo de Matemática: professores, supervisores e promotores de materiais instrucionais e currículo. Descreve a Matemática que todos os estudantes devem saber e ser capazes de fazer (ONUCHIC; ALLEVATO, 2005).

[2] Ilustra caminhos pelos quais os professores podem estruturar as atividades em sala de aula, de modo que os alunos possam aprender a matemática descrita em *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics* (1989) (ONUCHIC; ALLEVATO, 2005).

[3] Contém os princípios em que professores e educadores se apoiam para construir práticas de avaliação que ajudem no desenvolvimento de uma Matemática forte para todos (ONUCHIC; ALLEVATO, 2005).

[4] Expõe os seis *Princípios* a serem seguidos dentro do trabalho do professor: *Equidade, Currículo, Ensino, Aprendizagem, Avaliação e Tecnologia,* sendo que tais princípios precisam estar profundamente ligados aos programas da Matemática escolar (ONUCHIC; ALLEVATO, 2005).

Segundo Machado (1987, grifo nosso), a **Resolução de Problemas** é uma forte tendência dentro da **Educação Matemática**, pois vem expressar a postura de pesquisadores e de educadores dedicados a rever as metodologias do processo de ensino-aprendizagem da Matemática Escolar, em busca de melhores resultados dentro das salas de aula e, por consequência, no seu cotidiano.

Cabe explicar que as concepções sobre **Resolução de Problemas** evoluíram desde Polya (1949) até os dias atuais. Onuchic e Allevato (2005, grifo nosso) relatam que o modelo de Polya privilegiava o processo de **ensinar sobre resolução de problemas**, ou seja, resolver um problema era a realização específica da inteligência. Mais tarde, passou a crer na concepção de **ensinar a resolver problemas,** na qual se deveria ensinar Matemática para resolver problemas, pois aprender Matemática é ser capaz de usá-la. Atualmente, aponta-se **ensinar Matemática através da resolução de problemas**, como sendo uma concepção, em que os problemas são propostos de modo a contribuir para a construção de novos conceitos e conteúdos, antes mesmo de sua apresentação em linguagem matemática formal.

Verifica-se que a concepção **ensinar Matemática através da resolução de problemas** está de acordo com os PCN's de Matemática, pois tem seu foco voltado à ação por parte dos alunos (BRASIL, 1998, grifo nosso). Nesse sentido, a **Resolução de Problemas** proporciona um contexto de aprendizagem de conceitos, de procedimentos e de atitudes matemáticas, conduzindo o aluno a interpretar o enunciado da questão, estruturar a situação que lhe está sendo apresentada e utilizar o que aprendeu para resolver outros problemas.

Em relação ao tópico de Geometria, os PCN's de Matemática (BRASIL, 1998) apresentam os seguintes objetivos

> Induzir no aluno o entendimento de aspectos espaciais do mundo físico;
> Desenvolver no aluno a intuição e o raciocínio espaciais;
> Desenvolver no aluno a capacidade de ler e interpretar argumentos matemáticos, utilizando a Geometria como meio para representar os conceitos e as relações Matemáticas;
> Proporcionar ao aluno meios de estabelecer o conhecimento necessário para auxiliá-lo no estudo de outros ramos da Matemática e de outras disciplinas, visando uma interdisciplinaridade dinâmica e efetiva;
> Desenvolver no aluno habilidades que favoreçam a construção do seu pensamento lógico, preparando-o para os estudos mais avançados em outros níveis de escolaridade (BRASIL, 1998, p. 51).

Assim, por meio dos PCN's de Matemática (BRASIL, 1998), a Geometria passa a ser revalorizada. Entende-se que, nessa primeira década do século XXI, ensinar os conteúdos geométricos no Ensino Fundamental, por meio de processos de validação, podem trazer contribuições positivas para o ensino-aprendizagem da Geometria, pois nesses processos estão abarcadas as capacidades para justificar, argumentar e provar os fatos geométricos (NASSER; TINOCO, 2001).

Para tanto, conta-se com uma grande variedade de objetos e situações para trabalhar as circunstâncias geometrizadas, sejam elas, por exemplo, no plano ou no espaço, com figuras planas ou com poliedros. Assim, para se trabalhar com a **Tendência Resolução de Problemas**, os recursos de ensino disponíveis são os mais variados: ilustrações sob forma de desenhos, gravuras, pintura, fotografias, projeções fixas (slides, transparências), projeções móveis (filmes), objetos, globos e mapas, diagramas, plantas, cartazes, murais, televisão, vídeo, computador, jornais, revistas, folhetos, dicionários e livro didático, entre outros.

Ressalta-se que por meio do Plano Nacional do Livro Didático (PNLD), o livro didático é escolhido pelos professores, que analisam a cada três anos, diferentes coleções para o ensino da Matemática. Em 2008, foram analisadas dezesseis coleções, dentre as quais se destaca *Matemática: fazendo a diferença,* de Bonjorno e Olivares (2006), pois, entende-se que essa coleção valoriza tanto a Geometria experimental quanto as formalizações, por meio da explanação dos conteúdos seguida da resolução de problemas, visto que esta não é uma atividade para ser desenvolvida em paralelo ou como aplicação da aprendizagem, mas como uma orientação para a aprendizagem.

2.2.4 As Tendências Metodológicas e a Formação de Professores

O ensino da Geometria tem apresentado dificuldades na sua aplicação devido a vários fatores, dentre os quais se destaca a má formação dos professores de Matemática. Pavanello (1995, p. 18) afirma que, o fato de o professor não ter aprendido em sua formação escolar e profissional o conhecimento geométrico, o faz sentir-se incapacitado e inseguro para abordá-lo em sala de aula.

Almouloud (2007) corrobora com Pavanello (1995), afirmando que a precariedade da formação dos professores no que se trata de Geometria, é devido ela ser pouco explorada na graduação e na formação continuada ainda não atender aos objetivos esperados em relação a essa área. Assim, entende-se que os professores não tendo um bom conhecimento do assunto, preferem suprimi-lo de suas aulas.

Souza (1999, p. 32), explica que os professores, licenciados em Matemática, no decorrer de sua formação universitária, têm disciplinas que os transportam ao conhecimento da Geometria. No entanto, essas disciplinas pouco empreendem os aspectos metodológicos para que esses profissionais desenvolvam um trabalho profícuo ao ensinar os conceitos geométricos. Assim, não se pode esperar que os professores ministrem um conhecimento de maneira eficiente se não foram bem formados na referida área.

É necessário pontuar que mesmo que o professor apresente um bom conhecimento dos conceitos geométricos a ser ensinado, muitas vezes ele não consegue realizar sua transposição didática. Pois, uma coisa é conhecer a teoria e outra, muito diferente, é colocá-la em prática.

Os PCN’s de Matemática (BRASIL, 1998, p.37) apontam que, os professores precisam ter clareza de suas próprias concepções sobre a Matemática, uma vez que a sua prática pedagógica em sala de aula está ligada a essas concepções. Smole (2000) explica que para realizar a transposição didática de um conteúdo é necessário identificar os obstáculos didáticos e epistemológicos que interferem na aprendizagem dos diferentes conteúdos, a relação destes com o mundo real e sua aplicação a outras disciplinas.

Garnica (2003, p. 97) relata que é necessário se falar nas diferentes formas de argumentação que coexistem na sala de aula, pois, é pertinente conhecer diversas possibilidades de trabalho em sala de aula para fundamentar a construção da prática-pedagógica do professor.

Santos (2005) comenta que tornar-se professor significa apoiar-se em experiências do passado e do presente e refletir sobre essas experiências, mobilizando e relacionando sua atuação em sala de aula. Nesse entendimento, tornar-se um professor exige uma formação ampla com relevância na formação específica, no caso da Matemática, no aprofundamento dos conceitos fundamentais e nas relações dela com as outras disciplinas.

Nesse sentido, fez-se necessário que os professores em formação tenham contato com inúmeros conhecimentos escolares, entre eles as estratégias metodológicas de ensino-aprendizagem, para terem subsídios que lhes permitam serem professores com os saberes necessários para se tornarem profissionais competentes.

Assim, há uma preocupação em relação à formação de professores, pois o desenvolvimento da capacidade profissional que assegura as condições necessárias para exercer o magistério, está vinculado aos saberes envolvidos nessa formação. Esses profissionais devem estar aptos para atuarem na realidade escolar do século XXI, conscientes dos desafios e das possibilidades da sua futura profissão. Para tanto, é necessário que eles internalizem diversos conhecimentos, com a finalidade de desenvolverem e/ou aprimorarem suas habilidades.

Para tanto, é interessante investigar metodologias que vislumbrem uma melhor adequação do ensino de Geometria à realidade social, mediante estudos e discussões teóricas que propiciem a inclusão de uma aprendizagem significativa no ensino da Geometria, proporcionando assim reflexões e consequentemente ações nas práticas pedagógicas do professor interferindo no processo de ensino e aprendizagem na sala de aula.

3 OS PASSOS DA PESQUISA

> *Não é propósito meu ensinar aqui o método que cada um deveria seguir para bem orientar a sua razão, mas somente demonstrar de que modo procurei conduzir a minha (DESCARTES,1978, p. 21).*

Um trabalho de pesquisa tem sua gênese, muitas vezes, em um caminhar realizado por um pesquisador que vê o objeto a ser estudado com um olhar mais atento e profundo.

Cabe aqui, usar as palavras de Lüdke e André (2005, p. 14) para esclarecer que para realizar uma pesquisa é preciso promover o confronto entre os dados coletados sobre determinado assunto e o conhecimento teórico acumulado a respeito dele. Isso se faz a partir do estudo de um problema que, ao mesmo tempo, desperta o interesse do pesquisador e limita sua atividade de pesquisa a uma determinada porção do saber.

Lakatos e Marconi (2001, p. 155) completam o exposto, afirmando que pesquisa “é um procedimento formal, com métodos de pensamento reflexivo, que requer um tratamento científico e se constitui no caminho para conhecer a realidade ou para descobrir verdades parciais”. Todavia, para se chegar a novos conhecimentos o pesquisador precisa escolher a metodologia apropriada para a realização de sua pesquisa.

3.1 NATUREZA DA PESQUISA

A metodologia de uma pesquisa deve ser coerente com as visões de ensino e de conhecimento sustentadas pelo pesquisador. Segundo Araújo e Borba (2006), o pesquisador deve acreditar que a Matemática, assim como o seu entendimento de conhecimento e de como ele é produzido, são fundamentos que influenciam, diretamente, os resultados de uma pesquisa.

Com esses entendimentos, investigou-se nessa pesquisa, por meio de um método indicado por Lakatos e Marconi (2001, grifo nosso) como **indutivo**, a contribuição de três tendências metodológicas: **Formalista Clássica**, **Formalista Moderna** e **Resolução de Problemas** para o ensino da Geometria Plana.

Como os dados foram investigados no seu ambiente de ocorrência, desenvolveu-se uma pesquisa, classificada por Lakatos e Marconi (2001, grifo nosso), como **exploratória**. Essa classificação se justifica por consistir em um conjunto de práticas interpretativas que tornam o mundo visível (STRAUSS, 2008). Nesse sentido foi desenvolvida uma pesquisa, que do ponto de vista de sua natureza, é classificada como **aplicada**, pois, segundo Silva e Meneses (2001) ela busca a solução para problemas específicos e seus resultados são aplicados diretamente no problema gerador do estudo.

Quanto à abordagem do problema, ou seja, quanto à forma pela qual foram analisados os dados coletados, entende-se que ocorreu nessa pesquisa uma abordagem classificada como **qualitativa.** Strauss (2008, p. 23) afirma que na pesquisa qualitativa "alguns dados podem ser quantificados, [...] mas o grosso da análise é interpretativa".

Entende-se que a pesquisa qualitativa conduz a um melhor entendimento dos significados e marcos situacionais que os pesquisadores tanto buscam entender em uma pesquisa. Para tanto, numa pesquisa dessa natureza, é necessário o estabelecimento de critérios para colher, transcrever e interpretar os dados coletados.

Depois que o pesquisador angariou todas as informações necessárias, deve passar à organização e leitura atenta das mesmas. No pensar de Lüdke e André (2005, p. 45)

> Analisar os dados qualitativos significa "trabalhar" todo o material obtido durante a pesquisa, ou seja, os relatos de observações, as transcrições de entrevistas, as análises de documentos e as demais informações disponíveis. A tarefa de análise implica [...] a organização de todo o material, dividindo-o em partes, relacionando essas partes e procurando identificar nele tendências e padrões relevantes. [...] essas tendências e padrões são reavaliados, buscando-se relações e inferências num nível de abstração mais elevado.

Nesse sentido, a pesquisa pode ser concebida como um processo circular, antes de finalmente atingir o objetivo geral dessa pesquisa, exposto no **item 1.2.1**.

Assim, os dados coletados nessa pesquisa por meio do pré-teste, das aulas elaboradas em consonância com as tendências metodológicas: **Formalista Clássica**, **Formalista Moderna** e **Resolução de Problemas**, do pós-teste e das entrevistas, foram analisados qualitativamente à luz da Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel e da Teoria de van Hiele, buscando respostas para o questionamento apresentado no **capítulo 1**. Entende-se que essas duas teorias se completam, uma apresentando uma explicação para o processo de aprendizagem escolar no todo e a outra para a aprendizagem da Geometria, especificamente.

Cabe explicar, que o olhar do pesquisador fez a articulação entre a teoria e os dados angariados, proporcionando a conclusão dessa pesquisa. Salienta-se que sua validação veio por meio da precisão dos resultados obtidos que exigiram, do pesquisador, um conhecimento da fundamentação dos conceitos teóricos essenciais, clareza do objeto de estudo, processos e instrumentos utilizados para o recolhimento dos dados, organização, análise e interpretação dos dados.

3.2 CARACTERIZAÇÃO DA POPULAÇÃO

Para a efetivação desse trabalho, foram eleitos como população alunos de 03 (três) classes de 5ª série do Ensino Fundamental de uma Escola Estadual.

3.2.1 Descrevendo a Escola

A pesquisa apresentada nessa dissertação foi desenvolvida em uma escola estadual, localizada na região sul da cidade de Ponta Grossa-PR. Trata-se, de uma escola de bairro que atende à comunidade específica da região e também dos Núcleos Habitacionais: Vila Cipa, Vila Guaíra, Santa Maria, Santa Marta e Ouro Verde.

Atualmente, a escola conta com aproximadamente 720 (setecentos e vinte) alunos, distribuídos nas quatro últimas séries do Ensino Fundamental, funcionando em dois turnos: matutino (7ª e 8ª séries) e vespertino (5ª e 6ª séries).

A organização curricular é por meio do sistema de disciplinas, conforme a Lei de Diretrizes e Base nº 9394/96 (BRASIL, 1996) e contempla as disciplinas de Língua Portuguesa, Matemática, Ciências, História, Geografia, Inglês, Educação Artística, Educação Física e Ensino Religioso.

Os professores cumprem seu papel de mediador entre os alunos e o conhecimento, procurando conhecer a realidade escolar e buscando soluções para os problemas apresentados. São comprometidos com a educação, dominando a sua área de atuação e envolvendo-se nos planos de ação compartilhados e desenvolvidos pela escola.

A equipe pedagógica procura colaborar para a harmonia em sala de aula, auxiliando professor e aluno nas dificuldades de relacionamento e de ensino-aprendizagem, por meio de um acompanhamento pedagógico.

Os funcionários de serviços gerais e administrativos são colaboradores nas mais variadas situações dentro da escola. Seus trabalhos muitas vezes são camuflados pelo cotidiano escolar, mas são fundamentais ao bom funcionamento da escola, pois, proporcionam aos professores e alunos um ambiente limpo, acolhedor e organizado, colaborando de forma positiva ao processo de ensino-aprendizagem.

O processo de ensino-aprendizagem no quesito avaliação é tratado como estratégia de ensino e de promoção do aprendizado. Uma vez que os conteúdos de aprendizagem abrangem os domínios dos conceitos, das capacidades e das atitudes, é objeto da avaliação o progresso do aluno em todos estes domínios.

De comum acordo com o ensino desenvolvido, as avaliações deverão dar informações sobre: o conhecimento e a compreensão de conceitos e procedimentos, a capacidade para aplicar conhecimentos na resolução de problemas do cotidiano; a utilização da linguagem adequada para comunicar idéias; as habilidades de pensamento como analisar, generalizar, e inferir, também devem ser observadas.

A avaliação, nesse sentido, assume um caráter eminentemente formativo, favorecendo o progresso pessoal e a autonomia do aluno, integrando-o ao processo ensino-aprendizagem despertando a consciência de seu próprio caminhar em relação ao conhecimento.

Por meio dessas avaliações, constatou-se que os alunos egressos na 5ª série do Ensino Fundamental, apresentam uma defasagem de aprendizagem em relação à leitura, à escrita e a cálculos matemáticos. Por esse motivo, funcionam salas de apoio, em contra-turno, para esses alunos.

Quanto às atividades integradoras proporcionadas pela escola, eventos como: projeto de leitura, de orientação sexual, Semana do Meio Ambiente, jornal escolar, apresentações culturais, artísticas e/ou cívicas, festa junina, exposições artísticas, concurso de poesia e redação, participação no projeto Cidadão do Futuro, construções de painéis cívicos são consequências do trabalho das disciplinas desenvolvidas em sala de aula e completam o calendário escolar anual.

Assim, na busca de implantar propostas na escola para que todos os alunos melhorem sua aprendizagem, iniciou-se o trabalho apresentado nessa pesquisa.

3.2.2 Descrevendo o Grupo Pesquisado

No ano de 2008, a escola participante dessa pesquisa, contava com 06 (seis) classes de 5ª série do Ensino Fundamental, com alunos na faixa etária de 10 (dez) a 12 (doze) anos. No entanto, para responder à problemática apresentada no **capítulo 1**, foram escolhidas 03 (três) dessas 06 (seis) classes, envolvendo, ao todo, 98 (noventa e oito) alunos como os sujeitos desse estudo.

Esses alunos formam uma clientela escolar heterogênea, composta por famílias com renda sócio econômica média/baixa e, por famílias em situação de pobreza. Ressalta-se que a maioria deles é oriunda de outros estabelecimentos de ensino, pois essa escola atende apenas às séries finais do Ensino Fundamental. E, apenas 05 (cinco) alunos distribuídos nas três classes escolhidas para participarem da pesquisa, já pertenciam a essa escola.

Para manter o anonimato dos 98 (noventa e oito) sujeitos, eles foram identificados pelos códigos: de A1 a A32, de B1 a B32 e de C1 a C34, sendo que esses índices se referem à numeração da sequência do livro de chamada de cada uma das turmas. Salienta-se que esse cuidado foi tomado para atender o direito de proteção dos sujeitos participantes de uma pesquisa.

Cabe explicar que em 2008, ano em que a pesquisa foi desenvolvida, as 03 (três) classes de 5ª série do Ensino Fundamental, tiveram como professor de Matemática, o próprio pesquisador. No entanto, para evitar qualquer tipo de dúvida, expõe-se que a professora-pesquisadora procurou manter-se neutra na aplicação dessa pesquisa, procurando não fazer uma representação durante o desenvolvimento das aulas para não influenciar os sujeitos da pesquisa, e consequentemente, os dados que estavam sendo angariados.

Nesse momento, encontra-se respaldo na ação do professor enquanto pesquisador e reflexivo, conjecturando a necessidade de estabelecer e aplicar novos métodos de ensino para ministrar suas aulas. Assim, afirma-se que o professor-pesquisador fez uso das formas de abordagem dos conteúdos pertinentes às três tendências metodológicas: **Formalista Clássica**, **Formalista Moderna** e **Resolução de Problemas**, assumindo uma postura de especialista do ensino e também de pesquisador.

3.3 COLETA DE DADOS

O procedimento metodológico privilegiou, primeiramente, a busca de informações sobre as tendências metodológicas para o ensino da Matemática. Nessa perspectiva, o método de investigação levou em consideração uma apropriação, por meio da literatura das contribuições metodológicas dos três movimentos: **Movimento da Matemática Clássica**, **Movimento da Matemática Moderna** e **Movimento da Educação Matemática** e, suas respectivas **Tendências Formalista Clássica**, **Formalista Moderna** e **Resolução de Problemas**, enfocando o processo de ensino-aprendizagem de Geometria.

Com esse conhecimento adquirido, passou-se para a escolha, por sorteio, das turmas que participariam dessa pesquisa. Cabe salientar que cada classe sorteada, passaria a ser identificada como subgrupo. O **quadro 3** apresenta o resultado do sorteio, com as respectivas identificações.

Classe Sorteada	Subgrupo	Movimento	Tendência
5ª A	A	Matemática Clássica	Formalista Clássica
5ª B	B	Matemática Moderna	Formalista Moderno
5ª C	C	Educação Matemática	Resolução de Problemas

Quadro 3 - Resultado do sorteio das classes X tendências.
Fonte: Autoria própria.

Após a definição dos sujeitos dessa pesquisa, iniciou-se a coleta dos dados por meio do questionário pré-teste nas três classes sorteadas. O pré-teste foi elaborado com questões abertas e fechadas, com a finalidade de obter informações importantes para a condução dessa pesquisa.

Com o término do pré-teste, deu-se início às aulas que abordaram o conteúdo matemático de Geometria Plana. Nestas aulas, os alunos desenvolveram atividades conforme as concepções de ensino vigentes nas **Tendências Formalista Clássica**, **Formalista Moderna** e **Resolução de Problemas**.

O desenvolvimento das aulas aconteceu no decorrer do 3º bimestre do ano letivo de 2008, perfazendo um total de 40 (quarenta) horas-aula em cada classe de 5ª série do Ensino Fundamental.

Os dados, nessa fase da pesquisa, foram coletados por meio dos registros diários feitos pela própria pesquisadora. Esses registros mostram passo a passo como os conteúdos estavam sendo trabalhados em cada uma das tendências metodológicas apresentadas no **capítulo 2**. Também, foram coletadas as informações registradas nos cadernos dos alunos. Com esses dados foi possível verificar se as atividades propostas cumpriram com os objetivos de ensino para os quais foram elaboradas.

Ao término destas aulas, foi aplicado outro questionário, o pós-teste. Este foi elaborado com as mesmas questões, abertas e fechadas, já utilizadas no pré-teste, para verificar se os alunos construíram, durante as aulas, outros conhecimentos além dos já verificados no pré-teste.

Finalizando a coleta de dados, os alunos participaram de uma entrevista, sendo que para a realização da mesma foram sorteados 05 (cinco) alunos de cada classe participante dessa pesquisa, para obter mais informações relevantes acerca das contribuições das tendências metodológicas, apresentadas no **capítulo 2**, e assim elaborar as conclusões desse estudo.

3.3.1 Instrumentos de Coleta dos Dados Empíricos

3.3.1.1 Pré-teste e Pós-teste

O objetivo do pré-teste é diagnosticar algumas pré-concepções que os alunos pesquisados apresentavam em relação ao conteúdo matemático de Geometria Plana. Para tanto, esse questionário foi dividido em duas partes, sendo que a primeira parte apresentava questões abertas, que abordavam algumas definições geométricas, o **quadro 4** apresenta essas questões

CÓDIGO DA QUESTÃO	QUESTÃO
QI – 1	Quando se fala em geometria, o que vem à sua mente? Por quê?
QI – 2	Quais as diferenças e as semelhanças que existem entre uma maquete e um desenho em uma folha de papel?
QI – 3	Você imagina o que é uma figura tridimensional? E uma figura bidimensional? Descreva-as.

Quadro 4 - Questões abertas apresentadas no pré-teste e no pós-teste.
Fonte: Autoria própria.

Essas 03 (três) questões foram elaboradas a partir dos seguintes objetivos:

- A questão QI – 1 buscou verificar quais entendimentos os alunos pesquisados apresentavam sobre o conteúdo matemático de Geometria. Esperava-se que os alunos soubessem que a Geometria estuda as propriedades das figuras geométricas, assim como forneçam exemplos em seu dia a dia. Esperava-se também, que demonstrassem conhecimento do significado etimológico do termo *Geometria.*
- A questão QI – 2 tinha por objetivo identificar as representações geométricas no seu dia a dia. Esperava-se que os alunos reconhecessem as diferenças entre as formas planas e não-planas, a abstração dessas formas e a maneira de representá-las por meio do desenho ou da construção do que foi idealizado. No caso, a maquete.
- A questão QI – 3 pretendia averiguar se os alunos apresentavam conhecimento sobre dimensões (comprimento, altura e largura). Esperava-se que os alunos reconhecessem as diferenças entre as figuras bidimensionais e tridimensionais, como as primeiras sendo figuras planas com duas dimensões: comprimento e altura. E, a segunda, como sendo

uma figura espacial com três dimensões: comprimento, altura e largura. Assim, como forneçam exemplos de figuras bidimensionais e tridimensionais no seu cotidiano.

A segunda parte do pré-teste foi formulada com questões fechadas que abordavam a interpretação e a construção das representações geométricas. O **quadro 5** expõe as questões contempladas nesse momento da pesquisa.

CÓDIGO DA QUESTÃO	**QUESTÃO**
QII – 1	"...E com cinco ou seis retas é fácil fazer um castelo...". Provavelmente você já escutou a canção *Aquarela*, de Toquinho e Vinícius de Morais. Verifique se o que está escrito nesse verso dessa canção realmente é verdadeiro. Represente com desenho a sua interpretação geométrica.
QII – 2	Use seus conhecimentos adquiridos nas séries iniciais para responder essa questão.Siga os passos: a) Sobre a linha da margem inferior da folha de papel, desenhe um retângulo com base 3 cm e 6 cm de altura; b) Na parte superior desse retângulo, faça um triângulo com 3 cm de altura; c) Dentro do retângulo, junto sua base desenhe outro retângulo menor com 1cm de base e 4 cm de altura; d) No meio desse retângulo menor desenhe uma pequena circunferência; e) Ao lado esquerdo desse retângulo maior, desenhe outro retângulo de base 10 cm e com a mesma altura; f) Sobre esse retângulo, desenhe um paralelogramo de base 10 cm e altura igual a 3 cm; g) Dentro do retângulo maior, no seu centro desenho um quadrado 4 4 cm. O que você construiu? ___________________________

Quadro 5 - Questões fechadas apresentadas no pré-teste e no pós-teste.
Fonte: Autoria própria.

Essas 02 (duas) questões foram elaboradas a partir dos seguintes objetivos:

- A questão QII – 1 pretendia que os alunos reconhecessem as representações geométricas básicos da Geometria: ponto, reta e plano.
- A questão QII – 2 tinha por objetivo verificar as habilidades que os alunos apresentavam inicialmente para desenhar as representações geométricas solicitadas.

O pós-teste foi elaborado com as mesmas questões, abertas e fechadas utilizadas no pré-teste, com o objetivo de verificar se os alunos construíram no decorrer das aulas práticas, outros conhecimentos além dos já verificados no pré-teste. Por isso, a aplicação do pré-testes aconteceu antes das aulas e a aplicação do pós-teste ocorreu após o desenvolvimento dessas aulas, sendo que as datas dessas aplicações estão expostas no **quadro 6**.

TENDÊNCIA	PRÉ-TESTE		PÓS-TESTE	
	Data	Número de Alunos	Data	Número de Alunos
Formalista Clássica	09/07/08	32	02/10/08	32
Formalista Moderna	09/07/08	32	02/10/08	32
Resolução de Problemas	09/07/08	34	02/10/08	34

Quadro 6 - Recorte temporal de pré-teste e do pós-teste.
Fonte: Autoria própria.

Cabe explicar que os alunos responderam ao pré-teste e ao pós-teste em horário de aula, por isso o número de participantes corresponde ao número de questionários entregues e analisados.

3.3.1.2 Aulas práticas

No decorrer dessa pesquisa, as aulas práticas foram preparadas, pensadas e implantadas de acordo com os recursos de ensino pertinentes à tendência metodológica selecionada para cada subgrupo, conforme exposto no **quadro 3**. Assim, os conteúdos de Geometria foram trabalhados conforme as concepções de cada **Movimento da Matemática Clássica**, **Matemática Moderna** e **Educação Matemática**. Para tanto, foram selecionadas atividades para atender o público alvo dessa pesquisa, abordando o conteúdo estruturante Geometrias e o conteúdo básico de Geometria Plana.

Justifica-se a escolha desse conteúdo, devido à necessidade dos alunos egressos na 5ª série do Ensino Fundamental saberem distinguir as diferentes formas geométricas, presentes na natureza, por meio de seus elementos e propriedades, assim como saber representá-las através do desenho, na resolução de diferentes situações-problema, seguramente se faz necessária uma boa capacidade de visão geométrico-espacial, o domínio das idéias de proporcionalidade e semelhança, a compreensão dos conceitos de comprimento, área e volume, bem como saber calculá-los.

Com esses entendimentos, estudar as principais propriedades das figuras geométricas que compõem a Geometria Plana e o cálculo da área dessas formas geométricas possibilita ao aluno entender, por exemplo, a utilização de um Sistema de Posicionamento Global (GPS), pois falar em Geometria, especialmente em Geometria Plana, é falar em uma forma de construção do conceito de forma e espaço, necessários para a interpretação do mundo que se vive.

As aulas foram elaboradas com os seguintes objetivos:

- Definir e reconhecer figuras geométricas planas.
- Calcular a área de formas geométricas planas.
- Entender os principais conceitos de Geometria Plana, necessários para o estudo de Geometria Espacial.

A seguir são apresentados exemplos de aula que apresentam atividades geométricas elaboradas com os recursos de ensino pertinentes às tendências metodológicas: **Formalista Clássica**, **Formalista Moderna** e **Resolução de Problemas**.

3.3.1.2.1 O desenvolvimento das aulas com características da Tendência Formalista Clássica

No primeiro dia do desenvolvimento da atividade, o professor solicitou que seus alunos fizessem uma leitura silenciosa, do texto *Área das Figuras Planas* (SANGIORGI, 1953, p. 193-198) – **anexo G.**

Após o término dessa leitura, o professor iniciou uma explicação oral, intercalada com registros feitos no quadro de giz, sobre as formas e as áreas das seguintes figuras geométricas planas: retângulo, quadrado e paralelogramo, como por exemplo, os seguintes apontamentos:

> • A figura geométrica plana limitada por uma linha poligonal é denominada polígono.
> • Um polígono recebe denominações especiais de acordo com o número de lados que possui. Assim, o polígono de 3 lados recebe o nome de triângulo; de 4 lados quadrilátero; de 5 lados pentágono; de 6, hexágono; de 7, heptágono; de 8, octógono; de 9, eneágono; de 10, decágono; de 20, icoságono.
> • Um retângulo é um paralelogramo cujos lados formam ângulos retos entre si e que, por isso, possui dois pares de lados paralelos de mesma medida.
> • Pode-se considerar o quadrado como um retângulo em que todos os seus lados têm o mesmo comprimento.
> • Uma figura geométrica é denominada quadrado quando possui quatro lados iguais e os quatro ângulos retos.
> • O quadrado é um paralelogramo, pois os seus lados são paralelos dois a dois.
> • O quadrado é um losango, pois os seus lados possuem as mesmas medidas e as diagonais são perpendiculares.
> • O quadrado é um retângulo, pois seus vértices formam ângulos de 90º e as diagonais possuem as mesmas medidas.
> • O paralelogramo é um polígono de quatro lados (quadrilátero) cujos lados opostos são iguais e paralelos (SANGIORGI, 1953 – adaptado).

Ao término das explicações, o professor solicitou que os alunos copiassem as anotações feitas por ele no quadro de giz, encerrando assim o primeiro dia da atividade. Ressalta-se que o professor fez essas explicações em consonância com o aporte teórico da **Tendência Formalista Clássica**.

No segundo dia da atividade, o professor continuou a explicação oral e o registro no quadro de giz, abordando sobre as figuras geométricas planas: triângulo, losango e trapézio. Novamente, o professor fez apontamentos durante a explicação do conteúdo, como por exemplo:

> • No plano, triângulo (também aceito como trilátero) é a figura geométrica formada por três lados e três ângulos internos que somam 180°.
> • Também podemos dizer que o triângulo é a união de três pontos não-colineares (pertencente a um plano, em decorrência da definição dos mesmos), por três segmentos de reta.
> • O triângulo é o único polígono que não possui diagonais.
> • Losango ou rombo é um quadrilátero equilátero, ou seja, é um polígono formado por quatro lados de igual comprimento.
> • Um quadrado é um caso particular de losango e todo losango é também um paralelogramo.
> • Na Geometria, o trapézio é um quadrilátero com dois lados paralelos" (SANGIORGI, 1953 – adaptado).

Ao término das explicações, o professor solicitou que os alunos copiassem as anotações feitas no quadro de giz. Salienta-se que não foi usado nenhum objeto para ilustrar as demonstrações.

No terceiro dia do desenvolvimento da atividade, com o objetivo de aplicar o tema estudado, o professor propôs aos alunos a resolução de alguns exercícios extraídos do livro *Matemática: Curso Ginasial* (SANGIORGI, 1953). O **quadro 7** apresenta os enunciados das atividades propostas.

1) Calcular a área do retângulo cujas dimensões são: 4,5 m; altura 2,3 m. 2) Calcular em dam², a área das seguintes figuras: a) retângulo (base: 12,32 dam; altura: 8 dam) b) quadrado (lado: 4,21 dm) c) paralelogramo (base: 18,36 m; altura: 1/3 do valor da base. 3) Um losango tem as suas diagonais medindo respectivamente 12,35 dm e 8,4 dm. Calcular o valor de sua área em cm². 4) Um triângulo tem 64m² de área e a sua altura é igual a 80 dm. Qual é o valor de sua base? 5) Calcular a área de um trapézio, sabendo-se que a base maior mede 3,8 m, a base menor 2,6 m e a altura 3,2 m.

Quadro 7 - Tendência Formalista Clássica – Atividades propostas.
Fonte: Autoria própria.

No decorrer de todo o quarto dia da atividade, o professor resolveu, no quadro de giz, os exercícios propostos no terceiro dia da atividade. Ressalta-se que os alunos procederam às correções necessárias das atividades, comparando o escrito, no quadro de giz, pelo professor e o realizado em seus cadernos. Ao término dessa aula o professor comunicou que na próxima aula, iniciar-se-ia um estudo sobre o volume dos sólidos geométricos.

3.3.1.2.2 O desenvolvimento de aulas com características da Tendência Formalista Moderna

O professor iniciou o primeiro dia do desenvolvimento da atividade, explicando sobre a área das figuras geométricas planas: triângulo, retângulo e quadrado. Para que os alunos acompanhassem essa explicação, o professor solicitou que os mesmos observassem as fórmulas expostas no texto *Áreas de figuras planas* (BÓSCOLO; CASTRUCCI, 1971) – **anexo H**.

Paralelamente à explicação oral, o professor fez registros no quadro de giz, os quais consistiam em fórmulas usadas para calcular a área das figuras: retângulo, quadrado e paralelogramo. Ao término dessas explicações, o professor solicitou que os alunos copiassem as anotações feitas no quadro de giz, conforme o **quadro 8**

Para calcular a área de algumas figuras geométricas planas

Retângulo

$$Ar = b \,.\, a$$

(b = base; a = altura)

Quadrado

$$A = a \,.\, a$$

(a = lado)

Paralelogramo

$$A = b \,.\, a$$

(b = base; a = altura)

Quadro 8 - Fórmulas para calcular a área de figuras geométricas planas (a).
Fonte: Autoria própria.

No segundo dia da atividade, o professor retomou as explicações do dia anterior e prosseguiu com a explicação sobre o cálculo das áreas das figuras planas: paralelogramo, trapézio e losango. Os alunos continuaram a acompanhar as explicações do professor no texto *Áreas de figuras planas* (BÓSCOLO; CASTRUCCI, 1971) – **anexo H**.

Paralelamente à exposição oral, o professor foi registrando no quadro de giz o conjunto de fórmulas para calcular a área das figuras planas estudadas, conforme mostra o **quadro 9**.

Para calcular a área de algumas figuras geométricas planas
<u>Triângulo</u>
$At = \frac{b.h}{2}$
(b= altura; h = base)
<u>Losango</u>
$Al = \frac{D.d}{2}$
(D = diagonal maior; d = diagonal menor)
<u>Trapézio</u>
$Atr = \frac{B+b}{2}.h$
(B = base maior; b = base menor; h = altura)

Quadro 9 - Fórmulas para calcular a área de figuras planas (b).
Fonte: Autoria própria.

Salienta-se que durante as explicações do professor houve apenas uma preocupação com a linguagem matemática usada e com as propriedades das formas geométricas apresentadas aos alunos do **subgrupo B**.

No terceiro dia da atividade, o professor solicitou que os alunos resolvessem alguns exercícios do livro *Matemática Curso Moderno* (BÓSCOLO; CASTRUCCI, 1971), conforme exposto no **quadro 10**.

1) Completar o quadro de medidas dos seguintes retângulos:

comprimento	largura	área
25 dm	12 dm	
0,3 dam	1,2 m	
1,5 m	90 cm	

2) Completar o quadro de medidas dos seguintes quadrados:

lado	área
13 m	
0,25 cm	
1,2 Km	

3) Completar o quadro de medidas dos seguintes paralelogramos:

base	altura	Área
21 cm	9 cm	
4,5 m	80 cm	
3 hm	27 dam	

4) Completar o quadro de medidas dos seguintes triângulos:

base	altura	área
7 dm	9 dm	
8 dam	1,4 hm	
2,5 m	90 cm	

5) Completar o quadro de medidas dos seguintes trapézios:

base maior	base menor	altura	área
12 m	8 m	5 m	
6 Km	33 dam	28 m	
2,5 dm	10 cm	22 mm	

6) Completar o quadro de medidas dos seguintes losangos:

diag. maior	diag. menor	área
9 dam	6,6 dam	
1,5 m	70 cm	
7 cm	105 mm	

Quadro 10 - Tendência Formalista Moderna – Atividades propostas.
Fonte: Autoria própria.

No quarto dia de atividades, o professor fez a correção dos exercícios propostos no dia anterior. Os alunos assinalaram as atividades que haviam feito corretamente e, substituíam as atividades incorretas pela resolução correta. Finalizando essa atividade, o professor avisou que na próxima aula seria iniciado o estudo dos sólidos geométricos.

3.3.1.2.3 O desenvolvimento de aulas com características da Tendência Resolução de Problemas

Apoiando-se nas características da **Tendência Resolução de Problemas**, exposta no **item 2.2.3**, o professor no primeiro dia do desenvolvimento da atividade, propôs a seus alunos a seguinte situação-problema apresentada no **quadro 11**.

"Nos voos comerciais os passageiros têm direito de levar uma bagagem de mão, desde que algumas condições sejam respeitadas, para evitar excesso de peso e permitir o acondicionamento no compartimento interno do avião.

Nos voos realizados nos aviões tipo Boeing 737, a soma das medidas do comprimento (A), da largura (B) e da altura (C) da bagagem não deve exceder 115 cm. Lembre-se que a sua bagagem de mão na deve pesar mais de 5 Kg

Considerando que a maioria das bagagens tem o formato de um bloco retangular, é possível carregar para dentro do compartimento de bagagem de mão, uma caixa para presente, vazia, com as seguintes dimensões: 40 cm X 40 cm X 35 cm?

Adaptado: BIGODE, Antônio. **Matemática hoje é feita assim.** São Paulo: FTD, 2000.

Quadro 11 - Tendência Resolução de Problemas – Situação problema.
Fonte: Autoria própria.

Após apresentar a situação-problema exposta no **quadro 11**, o professor dividiu os alunos em equipes, com 04 (quatro) integrantes em cada uma. Então, pediu a eles que construíssem uma bagagem de mão e uma caixa de presentes de acordo com as informações contidas na situação-problema.

Cabe explicar que cada equipe recebeu 05 (cinco) metros de papel manilha para fazer as respectivas construções. No decorrer desse processo de construção, o professor propôs que os alunos escrevessem em seus cadernos, o formato e as características geométricas que a bagagem e a embalagem apresentavam.

Enquanto os alunos faziam o solicitado, o professor circulou pela sala de aula, auxiliando os grupos, explicando e tirando as dúvidas que foram surgindo. Nesse momento, o professor, também, pôde observar como estava o envolvimento dos alunos no andamento dessa atividade.

Ao término dessa aula, os alunos verificaram se foi possível colocar a caixa de presente dentro da bagagem de mão que construíram com o papel manilha. Também discutiram possíveis soluções para a situação-problema inicial.

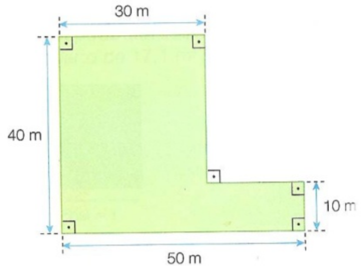
No segundo dia da atividade, os alunos apresentaram para a classe, a discussão, uma síntese e as conclusões que cada equipe chegou sobre o formato, a capacidade e a possibilidade de colocar a caixa de presente dentro da bagagem de mão construídas.

Após as apresentações dos alunos, o professor fez uso de algumas embalagens, tais como caixa de leite, remédio, chá, pasta de dente, sabonete, lata de refrigerante, de azeite, entre outros, para que os alunos as classificassem de acordo com os conceitos: formas das faces, número de faces, arestas e vértices de uma superfície poliédrica (plano, reta e ponto). Nesse momento, o professor sistematizou as classificações das embalagens, utilizando conceitos geométricos.

No terceiro dia da atividade, o professor propôs aos alunos a atividade de calcular algebricamente a área das superfícies planas envolvidas no processo da construção de uma embalagem, por exemplo, com o formato de um paralelepípedo, de um cubo ou de um cilindro. Para tanto, os alunos passaram a utilizar o livro didático *Matemática: fazendo a diferença* (BONJORNO; OLIVARES, 2006) – **anexo I**, como apoio, para a realização dos cálculos necessários à mensuração da área da embalagem escolhida.

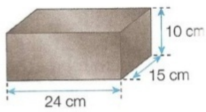
No quarto dia da atividade, o professor propôs que os alunos resolveram alguns exercícios do livro didático Matemática: fazendo a diferença (BONJORNO; OLIVARES, 2006). O **quadro 12** fornece alguns exemplos dessas atividades.

1) O pátio de uma escola tem a forma indicada na figura abaixo. Qual é a área da superfície desse pátio?



2) O centímetro quadrado do anúncio em certo jornal custa R$ 5,32. Uma agencia de turismo publicou nesse jornal, durante três dias, um anúncio de 12 centímetros por 85 milímetros. Quanto a agencia pagou ao jornal?

3) A rua onde Ari mora tem 108 m de comprimento por 7,5 m de largura. Essa rua vai ser toda calçada com paralelepípedos que têm as dimensões indicadas na figura abaixo.



a) Quantos metros quadrados serão calçados?
b) Quantos paralelepípedos serão usados?

4) Um campo de futebol tem 110 m de comprimento. A medida da largura é igual a $\frac{3}{4}$ da medida do comprimento. Quantos metros quadrados de grama são necessários para cobrir esse campo?

Quadro 12 - Tendência Resolução de Problemas – Atividades propostas.
Fonte: Autoria própria.

Ao final do quarto dia da atividade, o professor iniciou a correção das atividades feitas no dia anterior. Nesse momento, o professor solicitou que alguns alunos se dirigissem, ao quadro de giz, para explicar o modo como resolveram as situações-problemas propostas. Ressalta-se que as estratégias usadas nas soluções das atividades foram de acordo com o entendimento do aluno no decorrer das aulas. Sempre que necessário o professor interveio para explicar para a classe as alternativas usadas pelos alunos na solução das atividades propostas. Ao final da aula o professor deixa explícito que na aula seguinte seria calculado o volume das embalagens.

3.3.1.3 Entrevista

Para a entrevista foram sorteados 05 (cinco) alunos de cada turma participante da pesquisa, formando assim 03 (três) grupos de alunos, totalizando 15 (quinze) entrevistados. As entrevistas aconteceram no dia 20 de outubro de 2008 e foram gravadas em áudio e vídeo, pois, Strauss (2008, p. 198) enfatiza que "a entrevista é um meio para colher informações. É importante que elas sejam gravadas em vídeo ou áudio para *a posteriori* serem analisadas".

O objetivo da realização da entrevista foi permitir que os alunos se pronunciassem a respeito de como lhes foi apresentado o conteúdo de Geometria, bem como sobre o que entenderam do assunto, revelando sentimentos, percepções e preferências dos alunos em relação às aulas. Para tanto, os alunos foram incentivados pela pesquisadora, a conversar entre si, trocando experiências e interagindo a respeito das ideias, sentimentos, valores e dificuldades surgidas no decorrer das aulas desenvolvidas durante a pesquisa.

Tendo em vista o problema a ser estudado nessa pesquisa, foram levantadas durante as entrevistas, as questões apresentadas no **quadro 13**

CÓDIGO DA PERGUNTA	PERGUNTA
P1	Quais conhecimentos de Geometria vocês trouxeram das séries iniciais do ensino Fundamental?
P2	O que vocês acharam do material usado durante as aulas de Geometria na 5ª série do ensino Fundamental?
P3	Como se processou o desenvolvimento das aulas do conteúdo de Geometria? Vocês gostaram? Poderia ser diferente? Como?

Quadro 13 - Principais perguntas apresentadas durante a entrevista.
Fonte: Autoria própria.

Essas 03 (três) questões norteadoras foram elaboradas a partir dos seguintes objetivos:

- A primeira pergunta – P1 – objetivava que os alunos expusessem seus conhecimentos geométricos no início das aulas, para que o professor pudesse identificar os subsunçores que ele já possuía.

- A segunda pergunta – P2 – tinha por objetivo, colher as informações sobre o material usado nas aulas de Geometria, dentro das tendências metodológicas Formalista Clássica, Formalista Moderna e Resolução de Problemas.
- Finalmente, a terceira pergunta – P3 – tinha por objetivo verificar a opinião pessoal dos alunos envolvidos na pesquisa acerca dos procedimentos metodológicos usados no desenvolvimento das aulas de Geometria aos moldes das tendências Formalista Clássica, Formalista Moderna e Resolução de Problemas.

Cabe explicar, que se durante as conversas surgissem, por parte dos alunos, questões que não estavam programadas, e se fossem pertinentes ao objeto de estudo e interessantes para a pesquisa, não se hesitaria em explorá-las.

O papel do pesquisador durante as entrevistas foi promover a participação de todos, evitando a dispersão dos objetivos da discussão e a monopolização de alguns participantes sobre outros, uma vez que o discurso dos alunos sujeitos desta pesquisa refletirá na concepção geométrica adquirida pelos mesmos no decorrer de suas trajetórias escolares. Assim, no processo de análise das falas dos alunos fornecidas nas entrevistas, recorreu-se à análise qualitativa.

3.3.2 Procedimentos de Análise dos Dados

Com os dados coletados no pré-teste, nas aulas, no pós-teste e nas entrevistas deu-se início à análise qualitativa desse material, pois esse tipo de análise fornece indícios da presença ou não de subsunçores relevantes ao conteúdo matemático de Geometria Plana.

No decorrer da análise qualitativa dos dados coletados no pré-teste e no pós-teste, foi possível determinar uma grande divergência na qualidade dos conhecimentos geométricos prévios apresentados pelos alunos. De posse dos resultados obtidos, fez-se uma análise de cada resposta e a partir dessa análise ocorreu a sua classificação como: não apresentou nenhuma resposta, apresentou um desconhecimento total acerca do que estava sendo estudado, apresentou um conhecimento parcial ou apresentou um conhecimento significativo do tema estudado. O **quadro 14** apresenta o código usado para especificar esses níveis de qualidade de conhecimento nas discussões dos dados.

Níveis de qualidade para o conhecimento apresentado	**Código de referência para o nível de qualidade para o conhecimento apresentado**
Nada respondeu	NR
Desconhecimento total	DT
Conhecimento parcial	CP
Conhecimento significativo	CS

Quadro 14 - Níveis de qualidade para o conhecimento.
Fonte: Autoria própria.

Para estabelecer essa classificação utilizou-se o seguinte critério:

- Se o aluno deixou as questões abertas totalmente em branco, e as questões fechadas sem apresentar nenhuma expressão para a representação geométrica solicitada, foi classificada sua resposta como *nada respondeu*.
- Para ser classificada como *desconhecimento total* a resposta deveria ser errada, apresentando resposta inexistente ou divergente às esperadas.
- Uma resposta com *conhecimento parcial* é aquela em que a resposta foi superficial, parcialmente correta ou restrita a um determinado ponto de vista.
- Para ser classificada como *conhecimento significativo* a resposta deveria ser correta, para tanto as questões abertas deveriam apresentar respostas com os aportes teóricos do conteúdo de Geometria e as questões fechadas deveriam apresentar a representação geométrica solicitada.

O resultado dessa análise, discriminando cada questão para a maioria dos alunos pesquisados, apresenta-se sob a forma de tabela nos **apêndice A, B** e **C**, fornecendo um suporte para a discussão dos dados coletados e julgados relevantes para esse trabalho de pesquisa.

4 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS DADOS

> *Se eu tivesse que reduzir toda a psicologia educacional a um único princípio, diria isto: o fator singular mais importante que influencia a aprendizagem é aquilo que o aprendiz já conhece. Descubra o que ele sabe e baseie-se nisso os seus ensinamentos (AUSUBEL, 1973, p. 10).*

Nesse capítulo é apresentada a análise e a discussão dos resultados obtidos no pré-teste, nas aulas, no pós-teste e na entrevista com os alunos dentro de cada uma das Tendências Formalista Clássica, Formalista Moderna e Resolução de Problemas, com o objetivo de verificar as contribuições metodológicas dos Movimentos da Matemática Clássica, da Matemática Moderna e da Educação Matemática para o ensino da Matemática no conteúdo de Geometria Plana, sob a luz da Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel e da Teoria de van Hiele.

4.1 TENDÊNCIA METODOLÓGICA FORMALISTA CLÁSSICA

4.1.1 Pré-Teste

Com as informações coletadas junto à aplicação do questionário pré-teste – **anexo A** – foi possível estabelecer uma ordem classificatória na qualidade das respostas apresentadas pelos alunos em relação aos conteúdos geométricos abordados nessa pesquisa. A partir da análise da qualidade das respostas apresentadas no **apêndice A** por meio da classificação exposta no **quadro 14**, foi possível verificar a existência ou não de subsunçores relacionados aos conceitos matemáticos de Geometria Plana que o **subgrupo A** apresentava no início dessa pesquisa. O resultado numérico dessa análise pode ser observado no **quadro 15**.

QUESTÃO	**NÚMEROS DE ALUNOS**			
	NR	DT	CP	CS
QI – 1	10	05	11	06
QI – 2	09	07	13	01
QI – 3	18	13	01	00
QII – 1	17	08	07	00
QII – 2	09	11	12	00

Quadro 15 - Níveis de qualidade para o conhecimento de Geometria Plana no subgrupo A/Pré-Teste.
Fonte: Autoria própria.

Pelo exposto no **quadro 15**, os alunos do subgrupo A apresentavam apenas um conhecimento prévio na questão QI – 1. Nas demais questões, pode-se afirmar que eles não apresentavam conhecimentos prévios elaborados e, os alunos que apresentavam alguns subsunçores geométricos, apresentavam subsunçores deficientes, visto a pequena quantidade ou abstinência total de respostas classificadas como **CS**, principalmente nas questões QI – 3, QII – 1 e QII – 2.

Segundo Moreira e Masini (2006, p. 24), para haver uma aprendizagem significativa deve haver uma "compreensão genuína de um conceito ou proposição, o que implica na posse de significados claros, precisos, diferenciados e transferíveis". Nesse sentido, percebeu-se que quando o conhecimento do conteúdo de Geometria Plana se fazia presente na estrutura cognitiva dos alunos do **subgrupo A**, eram conhecimentos precários. Fato esse justificado pela deficiência do recebimento dos conhecimentos científicos do conteúdo matemático de Geometria Plana no processo de aprendizagem nas séries iniciais do Ensino Fundamental, como foi exposto no **capítulo 1**.

4.1.2 Aulas

As atividades desenvolvidas durante as aulas foram preparadas, pensadas e implantadas de acordo com os recursos de ensino pertinentes à **Tendência Formalista Clássica**, exposto no **item 2.2.1**, em conjunto com os dados encontrados no pré-teste.

Como a análise do pré-teste indicou que os alunos **subgrupo A** não possuíam alguns dos pré-requisitos necessários, e/ou o possuem de forma precária, a aula foi iniciada com o processo de leitura do texto *Área das Figuras Planas* - **anexo G**. Entende-se que, como esses alunos não apresentavam subsunçores para ancorar os novos conhecimentos geométricos, fez-se uso dos organizadores prévios, os quais, segundo Ausubel (1973, p. 34) servem de âncora para a nova aprendizagem e levam o aluno ao desenvolvimento de conceitos subsunçores que facilitarão a aprendizagem subseqüente. O processo de leitura do texto formaria esses novos conceitos, os quais serviriam de ponte para a introdução do cálculo da área das figuras geométricas planas: retângulo, quadrado e paralelogramo. E, que a explicação oral, dada na sequência da leitura, e os registros feitos no quadro de giz, serviriam para que os alunos assimilassem o novo conteúdo aprendido.

Assim, nesses dois momentos da atividade, o conteúdo geométrico foi trabalhado pela definição e de forma objetiva, procurando descobrir, reconhecer e utilizar as figuras geométricas planas por meio de demonstrações do conteúdo, através de deduções, as quais apontam que o desenvolvimento das atividades estava em consonância com o **nível 1** da **Teoria de van Hiele**, exposto no **item 2.1.2**. Entende-se que, esse nível é um dos mais importantes no que diz respeito à aprendizagem de novos conceitos, pois, as atividades desenvolvidas nesse nível, promovem a aprendizagem das características básicas do descobrimento e da utilização explícita dos elementos e das propriedades geométricas.

Buscando promover o relacionamento dos organizadores prévios com o conteúdo novo, no terceiro dia do desenvolvimento da atividade, os alunos resolveram os exercícios expostos no **quadro 7**, exposto no **capítulo 3**. Ressalta-se que simultaneamente a essas atividades, ocorreram algumas abordagens relacionadas às questões QI – 3 e QII – 2 explicitadas nos **quadros 4** e **5**, apresentados no **capítulo 3**.

À medida que os alunos terminavam os exercícios propostos, levavam as anotações feitas em seus cadernos, para o professor verificar sobre a assimilação, por parte dos alunos, dos conceitos abordados.

De posse desses dados, observou-se como os alunos fizeram uso dos conhecimentos apresentados no decorrer do primeiro e segundo dia da atividade e quais raciocínios empregaram para resolver as atividades propostas.

A seguir, apresentam-se nas **figuras 2**, **3**, **4**, **5** e **6** algumas das atividades resolvidas pelos alunos do **subgrupo A**, consideradas relevantes para essa pesquisa.

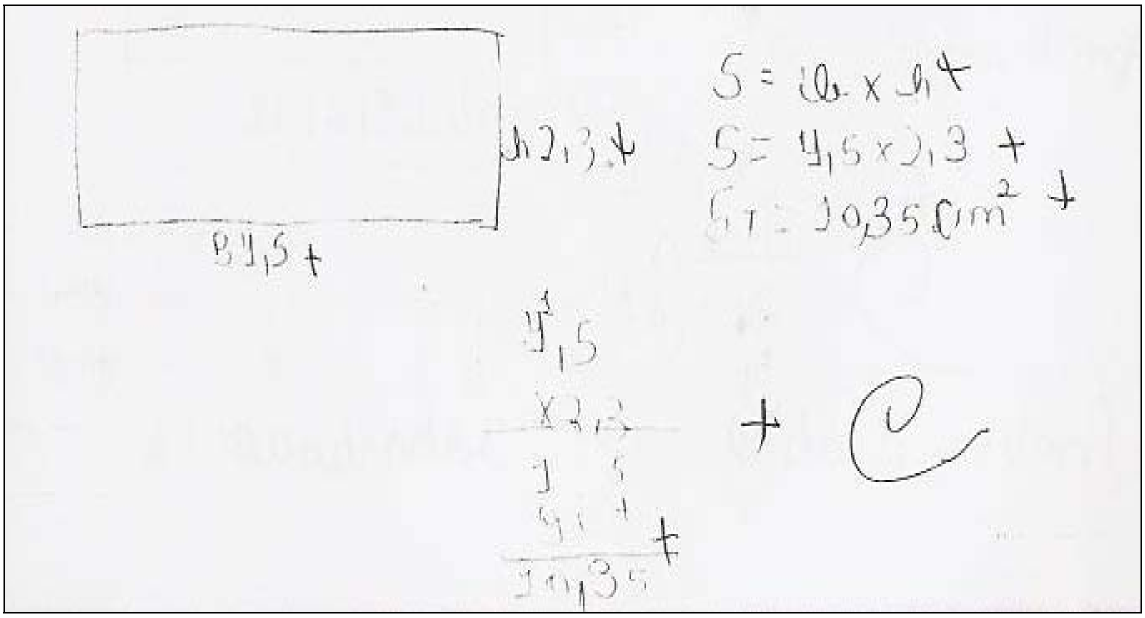


Figura 2 – Resolução do exercício nº 1, proposto no quadro 7.
Fonte: Aluno A15, 2008.

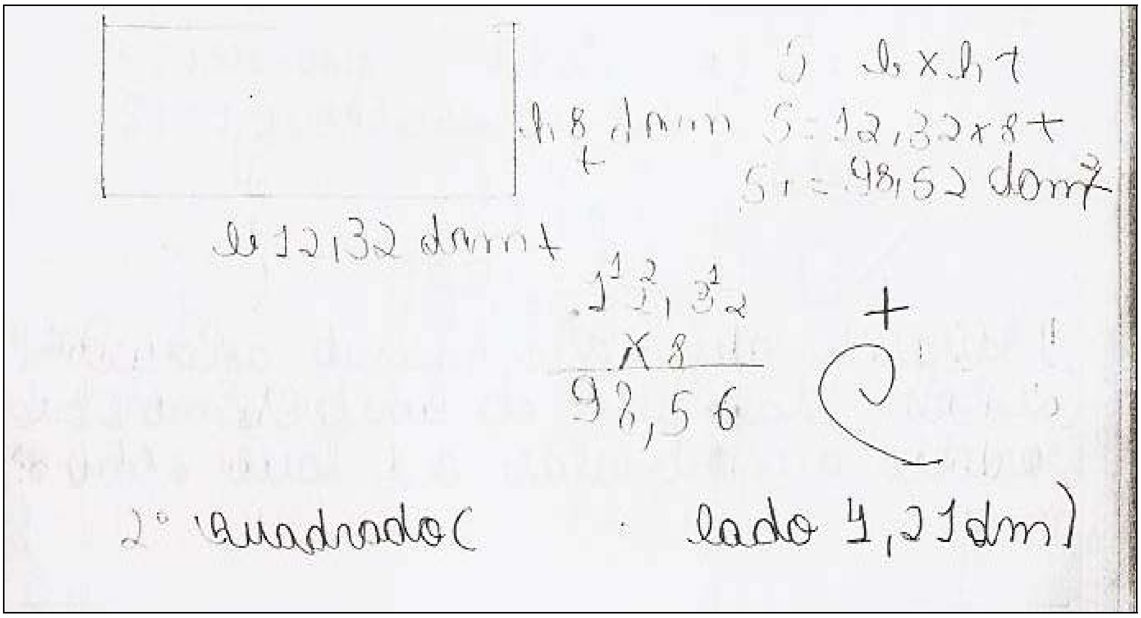


Figura 3 – Resolução do exercício nº 2, item a, proposto no quadro 7.
Fonte: Aluno A15, 2008.

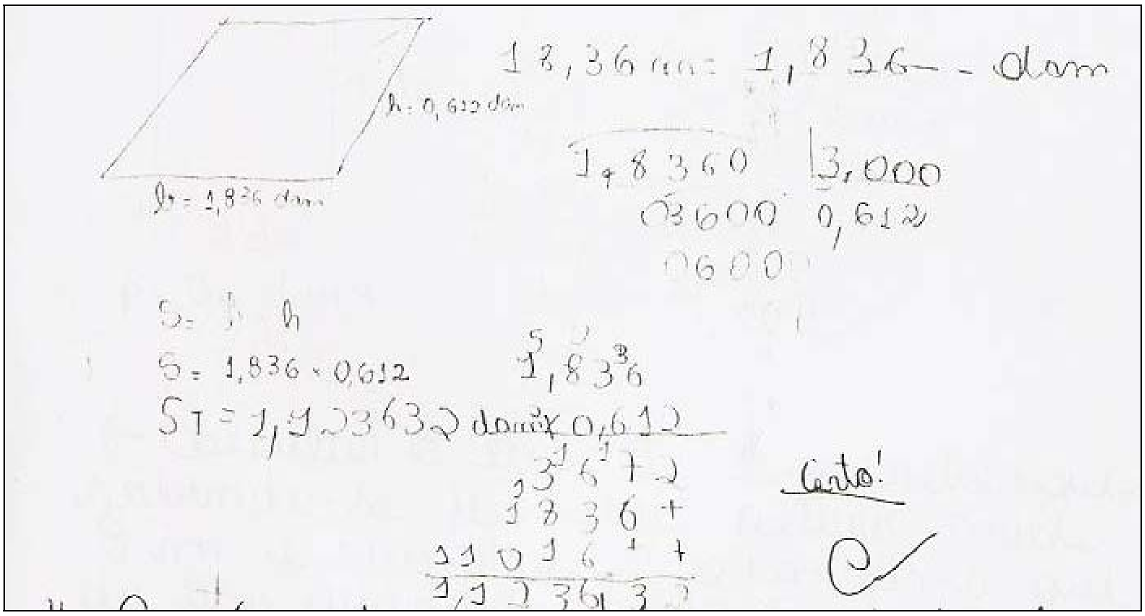


Figura 4 – Resolução do exercício nº 2, item c, proposto no quadro 7.
Fonte: Aluno A15, 2008.

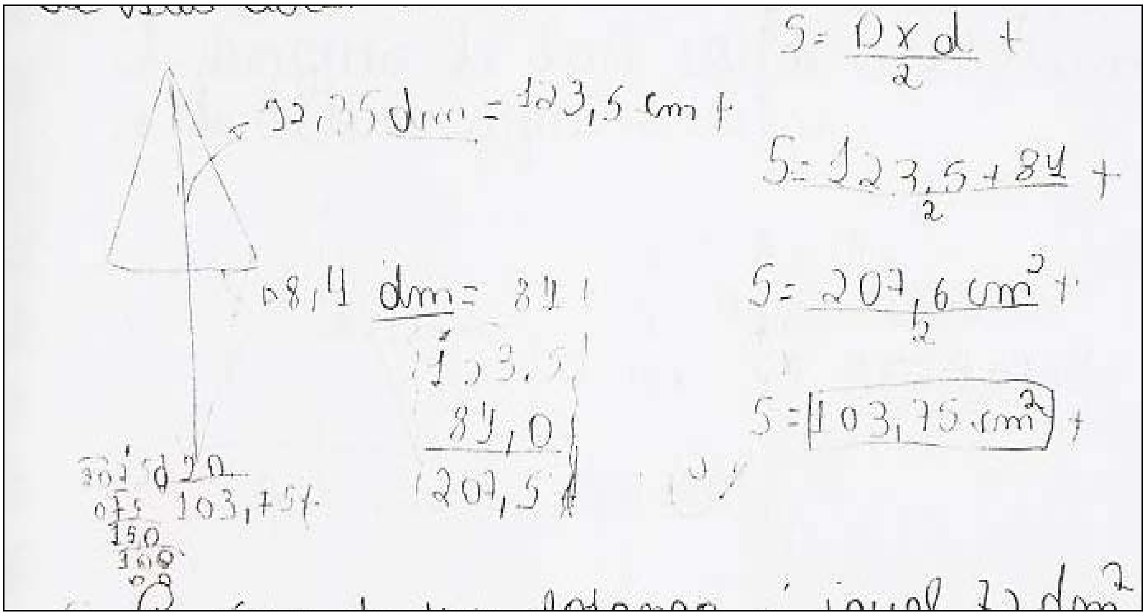


Figura 5 – Resolução do exercício nº 3, proposto no quadro 7.
Fonte: Aluno A15, 2008.

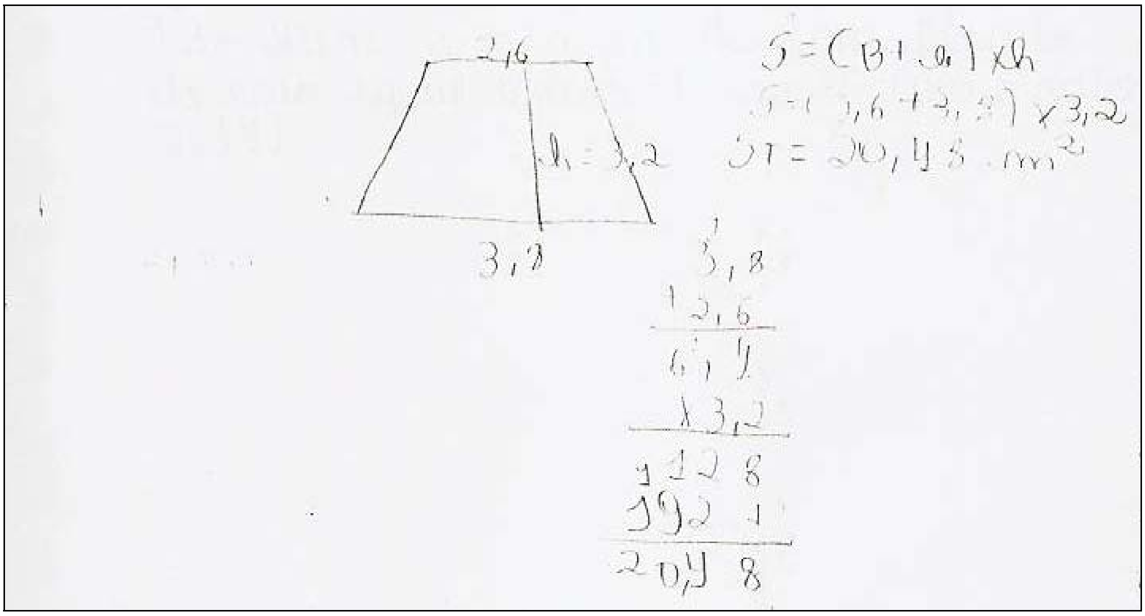


Figura 6 – Resolução do exercício nº 5, proposto no quadro 7.
Fonte: Aluno A15, 2008.

Com o exposto nas **figuras 2**, **3**, **4**, **5** e **6**, pôde-se observar que o procedimento metodológico para resolver as atividades, foi igual em todas as atividades propostas. Entende-se, que essa semelhança no modo de resolver os exercícios, aconteceu devido ao procedimento metodológico usado no decorrer das aulas, uma vez que os alunos do **subgrupo A**, resolveram as atividades seguindo os modelos expostos nas aulas com característica da **Tendência Formalista Clássica**.

4.1.3 Pós-Teste

Após o desenvolvimento das atividades da pesquisa referentes às aplicações das aulas com aportes na **Tendência Formalista Clássica**, aconteceu a reaplicação do questionário pré-teste, com o objetivo de analisar os resultados obtidos antes e depois das referidas aulas.

Com a entrega das respostas obtidas no pós-teste – **anexo B** – foi possível realizar uma nova coleta de dados, os quais foram analisados e classificados pelos critérios expostos no **quadro 14**, detalhado no **capítulo 3**. O resultado dessa classificação se encontra no **quadro 16**.

QUESTÃO	NÚMEROS DE ALUNOS			
	NR	DT	CP	CS
QI – 1	03	05	17	07
QI – 2	08	08	08	08
QI – 3	09	11	06	06
QII – 1	08	04	18	02
QII – 2	04	02	08	18

Quadro 16 - Níveis de qualidade para o conhecimento de Geometria Plana no subgrupo A/Pós-Teste.
Fonte: Autoria própria.

Em uma primeira análise feita por meio da comparação dos dados apresentados nos **quadros 15** e **16**, pode-se perceber que ocorreu uma melhora na qualidade das respostas fornecidas pelos alunos do **subgrupo A** em relação às duas aplicações do questionário, principalmente na questão QII – 2, que no momento do pré-teste nenhum aluno conseguiu uma resposta considerada **CS**. E no pós-teste, 18 alunos conseguiram essa classificação.

No entanto, entendeu-se que para haver uma maior relevância na interpretação qualitativa desses dados, foi necessária uma segunda análise, por meio do confronto das respostas dadas pelos alunos do **subgrupo A**, tanto no pré-teste quanto no pós-teste.

Os **quadros 17**, **18, 19**, **20** e **21,** apresentam alguns desses confrontos considerados relevantes para essa pesquisa. Cabe salientar que grande parte desse confronto encontra-se no **apêndice A** dessa pesquisa.

Aluno	Respostas dos alunos para QI – 1		Nível de conhecimento
A7	Pré-teste		NR
	Pós-teste	*Vem na minha mente figuras. Não sei bem o porquê mais acho que é por causa do nome geométrico. Pois, sempre que ouço falar em geométrico, fala-se em figuras geométricas.*	CP
A11	Pré-teste	*Vem que tem coisa difícil.*	DT
	Pós-teste	*Vem figuras geométricas, exemplo: triângulo, retângulo, etc.*	CS
A16	Pré-teste	*Que cada geometria tem seu tamanho.*	CP
	Pós-teste	*Minha mente lembra quadrado, triângulos, retângulos, losango, trapézio, etc. E, também unidades de medidas.*	CS

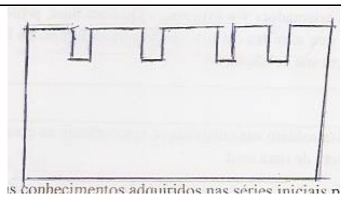
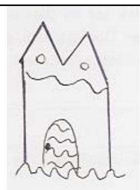
Quadro 17 - Respostas dos alunos do subgrupo A para QI – 1.
Fonte: Autoria própria.

Aluno	Respostas dos alunos para QI – 2		Nível de conhecimento
A2	Pré-teste	*Maquete é mais ilustrativo e papel é demonstrativo.*	CP
	Pós-teste	*Maquete você pode pegar os lados. Folha você pode pegar, o desenho você pode ver.*	CS
A5	Pré-teste	*Papel se desenha e maquete se faz.*	CP
	Pós-teste	*Maquete é uma coisa que se pega. Desenho é uma coisa que se não pega.*	CS
A26	Pré-teste	*Em uma maquete a gente consegue entender melhor. E, na folha é a mesma figura da maquete.*	CS
	Pós-teste	*Na maquete podemos pegar e sentir sua espessura, já o desenho em uma folha é plano.*	CP

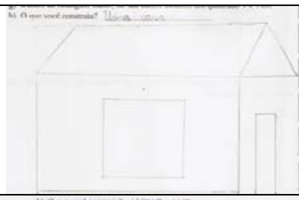
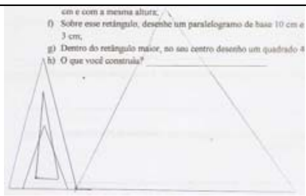
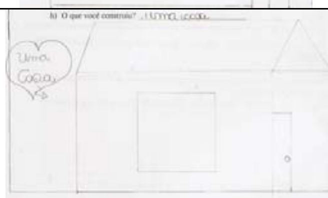
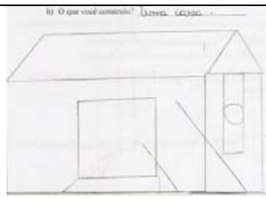
Quadro 18 - Respostas dos alunos do subgrupo A para QI – 2.
Fonte: Autoria própria.

Aluno	Respostas dos alunos para QI – 3		Nível de conhecimento
A 13	Pré-teste		NR
	Pós-teste	*Tridimensional é três vezes. Bidimensional é 2 vezes multiplicado.*	CP
A26	Pré-teste	*Não.*	DT
	Pós-teste	*Tridimensional: 3 dimensões, 3 medidas. Bidimensional: 2 dimensões, 2 medidas.*	CS
A31	Pré-teste		NR
	Pós-teste	*Eu imagino que tridimensional é três dimensões e bidimensional é uma dimensão as duas é diferente.*	CS

Quadro 19 - Respostas dos alunos do subgrupo A para QI – 3.
Fonte: Autoria própria.

Aluno	Respostas dos alunos para QII – 1			
	Pré-teste	Nível de conhecimento	Pós-teste	Nível de conhecimento
A3		NR		CS
A16		DT		CS
A25		NR		CS

Quadro 20 - Respostas dos alunos do subgrupo A para QII – 1.
Fonte: Autoria própria.

Aluno	Respostas dos alunos para QII – 2			
	Pré-teste∗	Grau de conhecimento	Pós-teste	Grau de conhecimento
A1	*Paralelepípedo.*	DT		CS
A9		CP		CS
A25		NR		CS

Quadro 21 - Respostas dos alunos do subgrupo A para QII – 2.
Fonte: Autoria própria.

Ao analisar as respostas dos alunos na QI – 1 percebeu-se que elas vão ao encontro do conteúdo ministrado durante as aulas expostas no **item 4.1.2**, pois essas aulas enfatizaram no decorrer do processo de ensino do conteúdo de Geometria, o cálculo da área das figuras planas. Logo, os alunos do **subgrupo A** formaram em sua estrutura cognitiva uma rede que interligou Geometria com Figuras Planas.

Ao que se refere à questão QI – 2 verificou-se que os alunos do **subgrupo A** não conseguiram identificar o desenho como uma forma plana e, consequentemente, a maquete como uma representação geométrica de forma espacial. Assim, entende-se que as aulas de Geometria Plana não trouxeram contribuições para uma dedução da formação do conceito de forma espacial e da abstração dessas formas.

Observando-se as respostas dos alunos do **subgrupo A** para a questão QI – 3, percebeu-se que os mesmos passaram a ter noção etimológica das palavras bidimensional e tridimensional, mas não externaram exemplos de figuras bidimensionais e tridimensionais.

As respostas dadas pelos alunos do **subgrupo A** na questão QII – 1 conduzem ao entendimento que esses alunos sistematizaram o processo de reconhecimento das formas básicas da Geometria, principalmente sobre a reta.

E, no que toca a questão QII – 2 constatou-se que os alunos do **subgrupo A** conseguiram, em parte ou totalmente, fazer a interpretação do texto que aponta dicas para a realização da representação geométrica de uma casa.

De modo geral, observou-se que a maioria dos alunos do **subgrupo A**, após a intervenção das aulas, aos moldes da Tendência Formalista Clássica, passaram a apresentar subsunçores, principalmente os referentes à realização de construções geométricas. Entende-se que as atividades realizadas por meio da Tendência Formalista Clássica, podem ter dado uma grande parcela de contribuição para essas mudanças, em função das características potenciais de aprendizagem significativa que possuem.

4.1.4 Entrevistas

Com as falas dos alunos do **subgrupo A,** obtidas nas entrevistas, procurou-se identificar as nuanças que emergiram sobre: quais conhecimentos geométricos esses alunos já apresentavam, o que esses alunos acharam do material usado durante as aulas de Geometria e do modo como se processou o desenvolvimento do conteúdo de Geometria Plana nessas aulas.

Ao analisar os dados coletados nas três questões apresentadas no **quadro 13**, exposto no **capítulo** 3, percebeu-se que as respostas foram repetitivas, por isso optou-se em transcrever uma síntese das falas dos alunos do **subgrupo A**, com as contribuições consideradas relevantes para essa pesquisa. Faz-se necessário explicar que os dados expostos passaram por uma correção gramatical ao serem transcritos nesse trabalho.

> Não me lembro de ter aprendido nada de Geometria na 4ª série. Mas, esse ano, a professora nos deu um livrinho que trazia um monte de coisa sobre Geometria. Ela usou esse material para nos explicar sobre as formas das figuras: quadrado, retângulo, triângulo... E, como se calcula a área dessas figuras. Esse livro tinha muitos exercícios, o que fez que nós praticássemos

> bastante sobre Geometria e, de tanto eu fazer atividades, ficou fácil a matéria. (aluno A2).
>
> Eu já conhecia o quadrado e o retângulo. E, quando a professora começou a explicar sobre Geometria ela usou um livro bem antigo. Esse livro trazia muitas informações sobre o conteúdo de Geometria. Ele mostrava as transformações entre as unidades de medida, cálculos das figuras geométricas planas, inclusive de figuras geométricas que eu não conhecia, como por exemplo, o trapézio, o pentágono e o hexágono. Mas, as palavras que tinham nesse livro eram diferentes das que nós estamos acostumados, por exemplo, dista no lugar de distante. Então, eu precisei usar um dicionário para entender o significado de algumas palavras. (aluno A20).
>
> No primário, eu aprendi a desenhar o triângulo, o quadrado, o retângulo e o círculo. Mas, apenas ficava desenhando, sem aprender mais nada sobre essas figuras. Esse ano, a professora explicou muitas coisas sobre as figuras que eu já conhecia e de outras figuras, também. O material que ela usou nas aulas era o livro didático e a régua. A professora explicava os conteúdos e nós resolvíamos os exercícios. (aluno A24).
>
> Eu aprendi na 4ª série, que a porta se parece com um retângulo, que a lata de óleo é um cilindro, que o chapéu de festa de aniversário é um cone... Mas, não tinha aprendido nada sobre perímetro e área. Esse ano, a professora ensinou sobre as regras e fórmulas para se desenhar e se calcular a área das figuras geométricas. (aluno A30).

As considerações apresentadas pelos alunos do **subgrupo A** e citadas nessa síntese mostram as idéias relatadas ou situações abordadas no decorrer das aulas. Dessa forma, essa etapa da pesquisa resultou em uma sessão de informações complementares para clarificar os dados até então coletados. Entende-se que os dados expostos indicaram a ocorrência de atividades no decorrer dessas aulas, em concordância com a **Tendência Formalista Clássica**, apresentada no **capítulo 2**.

Salienta-se que as observações dos gestos, do silêncio, do tom de voz, da expressão fisionômica captadas durante as entrevistas, enriqueceram as falas, o que possibilitou um melhor entendimento da análise dos dados fornecidos. Nesse sentido, quanto às respostas aos questionamentos, iniciando pelo primeiro: "**Quais conhecimentos de Geometria vocês trouxeram das séries iniciais do ensino Fundamental?"** observou-se que o aluno **A2**, inicialmente, um comportamento nervoso. Gaguejou ao falar e ficou movimentando as mãos, uma contra a outra, enquanto os outros participantes davam suas contribuições e, timidamente, esboçou que não tinha conhecimento de Geometria. O aluno **A20** se mostrou empolgado, seus olhos brilhavam como se estivesse vendo uma *reprise,* das aulas de

Matemática nas séries iniciais também, gesticulava as mãos formando no ar um quadrado. O aluno **A24**, reafirmou várias vezes que apenas sabia desenhar as formas geométricas, deixando claro que tinha algum conhecimento dos conteúdos geométricos. E, o aluno **A30**, se mostrou soberano, pois, tinha um entendimento de Geometria aliado com as coisas do mundo, por isso explicava a todo instante, entre as contribuições dos demais colegas, seu conhecimento.

Com a análise do segundo questionamento "**O que vocês acharam do material usado durante as aulas de Geometria na 5ª série do ensino Fundamental?"** percebeu-se que o aluno **A2** apresentou, um pouco mais à vontade, passou a se expressar sem gaguejar, mostrou-se mais confiante em expor suas ideias sobre o material usado nas aulas de Geometria. E, os alunos **A20**, **A24** e **A30** se mostraram críticos em seus apontamentos. Expressaram seus entendimentos sobre o material usado no decorrer das aulas experimentais com clareza e confiança.

No terceiro questionamento da entrevista: "**Como se processou o desenvolvimento das aulas do conteúdo de Geometria? Vocês gostaram? Poderia ser diferente? Como?"** percebeu-se que o aluno **A2** evidenciou o rigor usado pelo professor durante as aulas práticas aos moldes da Tendência Formalista Clássica*.* O aluno **A24**, apontou ter dificuldades em interpretar os enunciados das atividades propostas. E, os alunos **A20** e **A30** externaram a quantidade de exercícios propostos e que devido ao volume de exercícios resolvidos, deixaram de usar o material de apoio.

De forma geral, os alunos do **subgrupo A**, no decorrer da entrevista, apresentaram-se mais descontraídos e instigados a demonstrarem suas opiniões sobre o lhes era questionado. Fato que contribuiu para a evolução dessa pesquisa.

4.2 TENDÊNCIA METODOLÓGICA FORMALISTA MODERNA

4.2.1 Pré-Teste

Os dados obtidos no questionário pré-teste, cuja abordagem encontra-se no **anexo C**, foram classificados de acordo com o **quadro 14** apresentado no **capítulo**

3, com o intuito de aferir a existência de subsunçores geométricos na estrutura cognitiva dos alunos do **subgrupo B.** O **quadro 22** mostra os resultados dos dados expostos no **apêndice B**.

QUESTÃO	**NÚMEROS DE ALUNOS**			
	NR	DT	CP	CS
QI – 1	06	10	09	05
QI – 2	07	10	14	01
QI – 3	15	09	06	02
QII – 1	16	04	12	00
QII – 2	10	10	09	03

Quadro 22 - Níveis de qualidade para o conhecimento de Geometria Plana no subgrupo B/Pré-Teste.
Fonte: Autoria própria.

Os dados expostos no **quadro 22** mostram que a maioria dos alunos do **subgrupo B**, antes de iniciarem os estudos do conteúdo geométrico de acordo com a **Tendência Formalista Moderna**, apresentava uma pequena compreensão do significado da palavra Geometria e de exemplos das formas geométricas presentes no dia a dia. Esses dados, também revelaram que esses alunos não foram capazes de perceber as semelhanças e diferenças entre uma maquete e uma folha de papel. Notou-se ainda, que eles não souberam interpretar o solicitado nas QII – 1 e QII – 2, e/ou não sabiam construir as representações geométricas solicitadas nas duas questões.

De um modo geral, os alunos do **subgrupo B**, apresentavam uma pré-disposição para adquirir significados no decorrer das aulas, pois, tinham um conhecimento prévio, tanto significativo quanto deficiente, dos conhecimentos de Geometria Plana questionados nessa pesquisa. Fato esse, que tornou possível a aquisição, a retenção e o aparecimento de conceitos geométricos na estrutura cognitiva do aluno, conforme exposto no **item 2.1.1**.

4.2.2 Aulas

No decorrer dessa pesquisa os alunos do **subgrupo B** tiveram aulas desenvolvidas de acordo com o procedimento metodológico da **Tendência**

Formalista Moderna*,* privilegiando o ensino de uma Geometria Plana algebrizada, conforme o exposto no **item 2.2.2**. Essas aulas, também, foram elaboradas em consonância com os dados encontrados no pré-teste realizado por esses alunos.

Com esse embasamento metodológico, a primeira aula apresentada no **item 3.3.1.2.2**, procurou conduzir os alunos do **subgrupo B**, a uma definição e ao reconhecimento das figuras geométricas planas: triângulo, retângulo e quadrado. Assim como, calcular a área dessas formas geométricas.

Para tanto, utilizou-se o texto *Áreas de figuras planas*, exposto no **anexo H,** como material introdutório para promover a ancoragem do novo conteúdo a ser aprendido. O professor fez em conjunto com a explicação oral, a exposição escrita no quadro de giz sobre o cálculo da área das seguintes figuras geométricas planas: triângulo, retângulo e quadrado. Salienta-se que, tanto a explicação quanto o registro feito na lousa pelo professor, abordaram os conteúdos geométricos estudados por meio de símbolos, o que acabou atenuando o conhecimento das figuras geométricas, propriamente ditas e, realçando o ensino de símbolos, conforme exposto no **item 2.2.2**. Após essas explicações e explanações, os alunos copiaram em seus respectivos cadernos, as anotações feitas no quadro de giz pelo professor. Cabe explicar, que essas anotações feitas pelo professor no quadro de giz, serviram como norte para a resolução dos exercícios propostos na sequência das aulas.

No segundo dia da atividade, o professor fez uso da mesma metodologia de ensino para ensinar sobre as figuras geométricas planas: paralelogramo, trapézio e losango. Durante os dois primeiros dias de desenvolvimento das atividades, as características dos **níveis 02** e **03** da **Teoria de van Hiele**, exposto no **item 2.1.2**, se fizeram presentes na fala do professor e em suas anotações. Nesse entendimento, as atividades exigiram do aluno uma abstração na percepção das definições geométricas.

No terceiro dia de desenvolvimento da aula, a resolução das atividades propostas no **quadro 10**, apresentado no **capítulo 3**, foi feita nos cadernos dos próprios alunos e apresentada posteriormente ao professor. Ressalta-se que, simultaneamente, a essas atividades, ocorreram algumas abordagens relacionadas às questões QI – 1, QI – 3 e QII – 1 apresentadas nos **quadros 4** e **5**, expostos no **capítulo 3**.

Com esses dados em mãos, buscaram-se indicativos que permitissem verificar os efeitos da **Tendência Formalista Moderna** no processo de ensino-aprendizagem de Geometria Plana, nos alunos do **subgrupo B**. Para tanto, analisou-se se os alunos usaram ou não os conhecimentos adquiridos no primeiro e segundo dia da atividade para resolverem os exercícios propostos no **quadro 10**. As **figuras 7, 8, 9** e **10**, apresentam algumas resoluções que foram consideradas importantes para essa pesquisa.

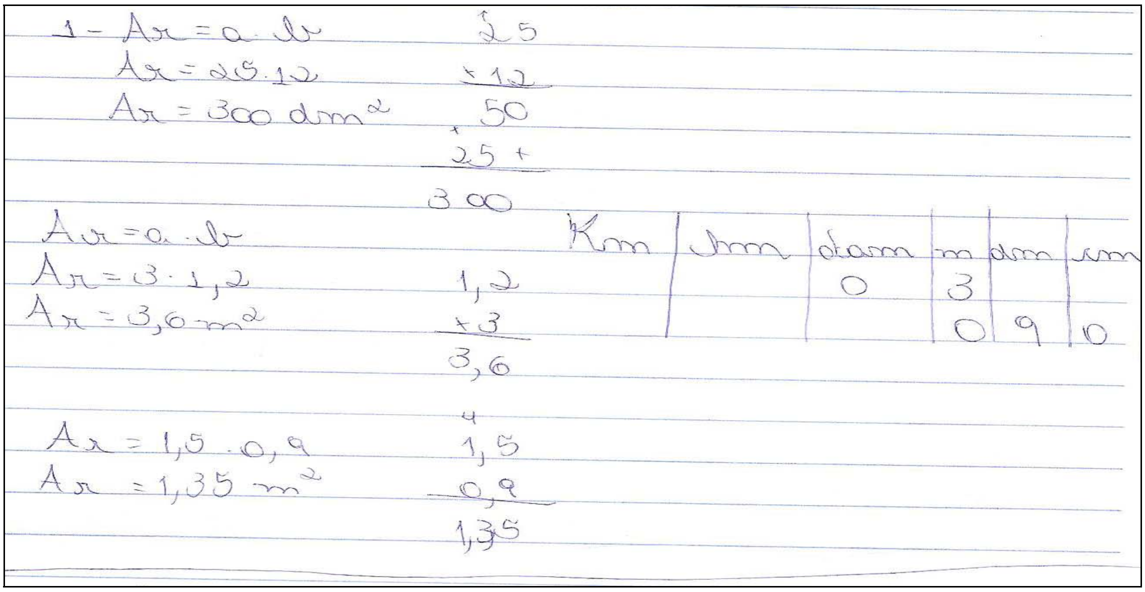


Figura 7 – Resolução do exercício nº 1, proposto no quadro 10.
Fonte: Aluno B13, 2008.

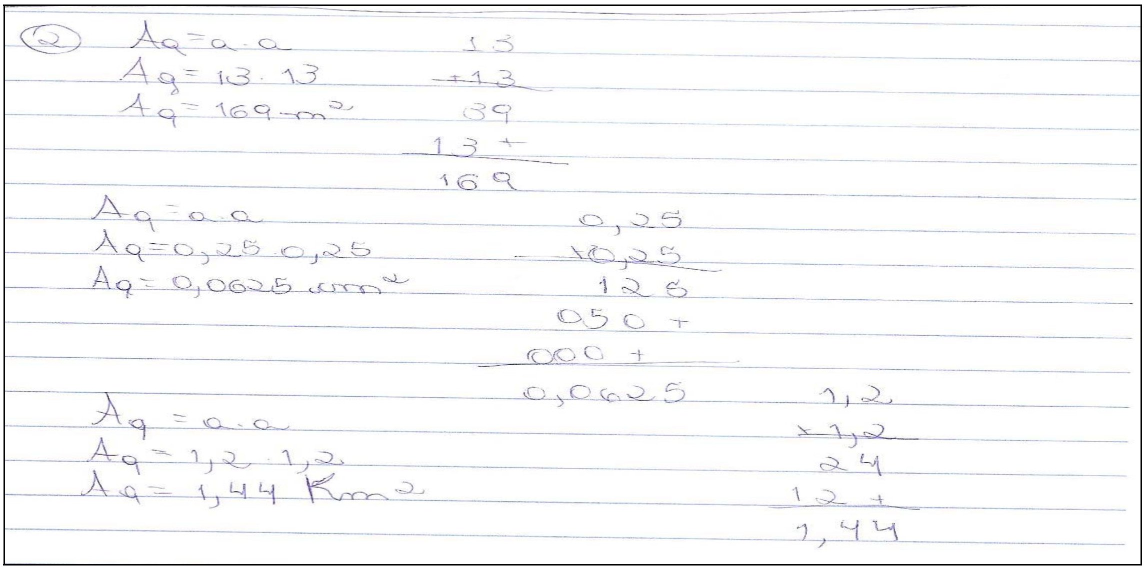


Figura 8 – Resolução do exercício nº 2, proposto no quadro 10.
Fonte: Aluno B13, 2008.

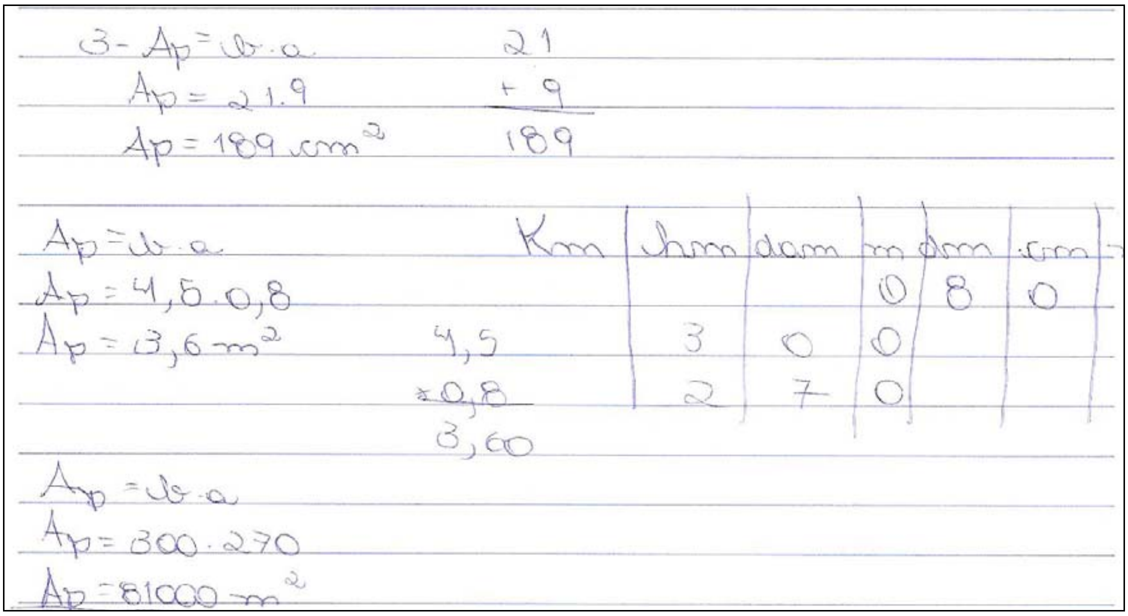


Figura 9 – Resolução do exercício nº 3, proposto no quadro 10.
Fonte: Aluno B13, 2008.

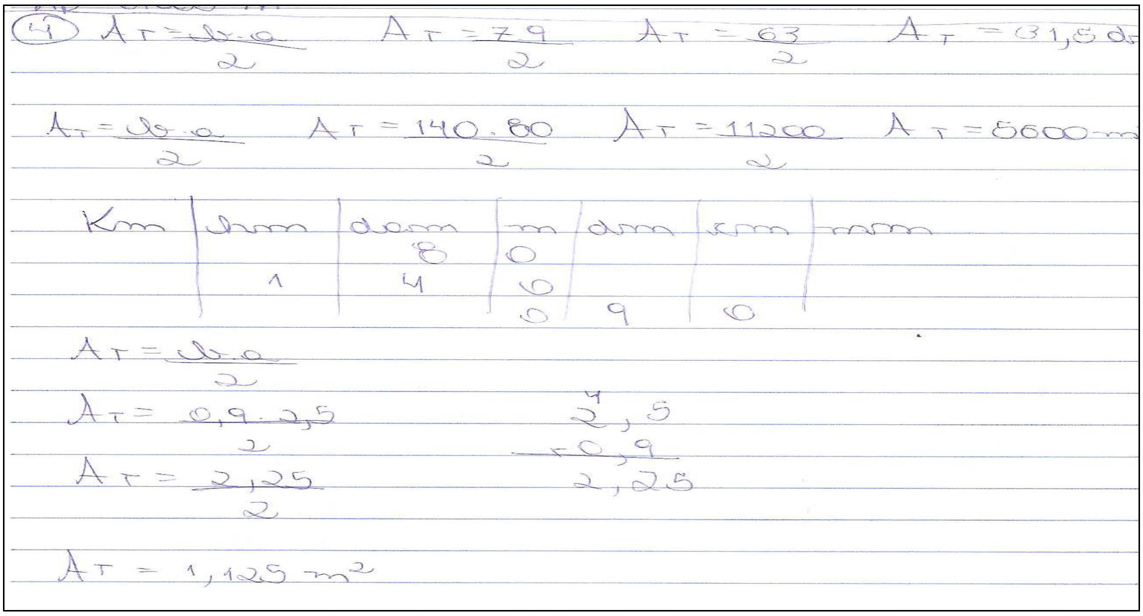


Figura 10 – Resolução do exercício nº 4, proposto no quadro 10.
Fonte: Aluno B13, 2008.

A análise das resoluções das atividades mostrou que houve um entendimento do conteúdo ensinado, visto que todos os alunos do **subgrupo B** apresentaram os exercícios resolvidos e a grande maioria chegou ao resultado esperado.

4.2.3 Pós-Teste

Posteriormente ao desenvolvimento das aulas com aportes na **Tendência Formalista Moderna**, houve a reaplicação do questionário pré-teste. Faz-se necessário lembrar que as aplicações do pré-teste e do pós-teste foram previstas pela pesquisa com o objetivo de realizar análises entre os resultados obtidos antes e depois das atividades.

Nesse sentido, com os dados do pré-teste e pós-teste em mãos, foi possível realizar uma análise da qualidade desses dados seguindo os critérios expostos no **quadro 14**, apresentado no **capítulo 3**. Os dados obtidos se apresentam no **quadro 23**.

QUESTÃO	NÚMEROS DE ALUNOS			
	NR	DT	CP	CS
QI – 1	03	04	15	10
QI – 2	02	08	14	08
QI – 3	10	11	08	03
QII – 1	04	06	18	04
QII – 2	05	09	11	07

Quadro 23 - Níveis de qualidade para o conhecimento de Geometria Plana no subgrupo B/Pós-Teste.
Fonte: Autoria própria.

O confronto entre os dados apresentados nos **quadros 22** e **23**, permitiu afirmar que houve uma redução nas respostas classificadas como **NR**. No entanto, a questão QI – 2 apresentou uma pequena defasagem no aumento das respostas consideradas **DT**. Já, as questões QII – 1 e QII – 2, apresentaram um aumento relevante na qualidade das respostas angariadas.

Procurando um melhor entendimento qualitativo desses dados, fez-se uma segunda análise, promovendo o confronto das respostas fornecidas pelos alunos, tanto no pré-teste quanto no pós-teste. Os **quadros 24**, **25**, **26**, **27** e **28**, apresentam alguns desses confrontos, considerados relevantes para essa pesquisa.

Aluno	Respostas dos alunos para QI – 1		Nível de conhecimento
B1	Pré-teste	*Vem em minha mente que fala em continha. Porque diz geometria. Eu acho que é isto.*	DT
	Pós-teste	*Vem em minha mente que a geometria é desenhos com régua. Porque algumas são usadas réguas para ficar do mesmo tamanho, mas não todas.*	CP

B14	Pré-teste	*Desenhos porque é a primeira coisa que eu penso.*	CP
	Pós-teste	*Figuras como quadrado, triângulo, etc. Porque a gente mexe com isso na geometria.*	CS
B20	Pré-teste		NR
	Pós-teste	*Fala sobre desenhos que tem a mesma largura e o tamanho.*	CP

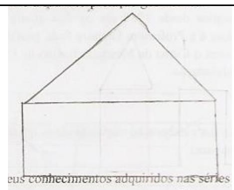
Quadro 24 - Respostas dos alunos do subgrupo B para QI – 1.
Fonte: Autoria própria.

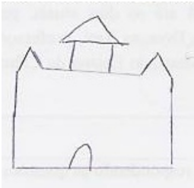
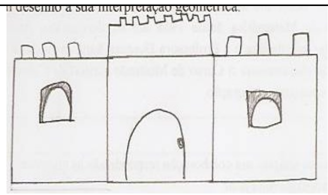
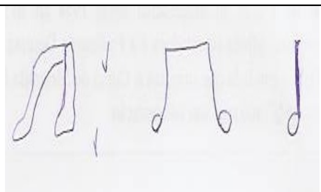
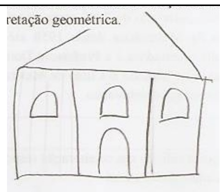
Aluno	Respostas dos alunos para QI – 2		Nível de conhecimento
B14	Pré-teste		NR
	Pós-teste	*É que um a maquete tem figuras sólidas e a outra, nós não podemos pegar, porque são desenhadas.*	CS
B21	Pré-teste	*Que de papel nós não fazemos a mão livre.*	DT
	Pós-teste	*Vamos supor uma bola na maquete e uma bola de papel na maquete. Nós podemos pegar nela e no papel nós pegarmos só na frente ou só atrás.*	CS
B22	Pré-teste	*No papel é um desenho e na maquete é algo montado.*	CP
	Pós-teste	*Em uma folha vemos um desenho e em uma maquete podemos tocar as coisas representadas.*	CS

Quadro 25 - Respostas dos alunos do subgrupo B para QI – 2.
Fonte: Autoria própria.

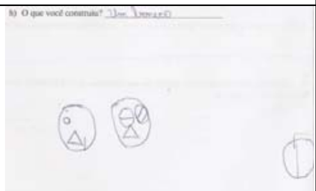
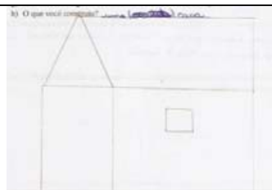
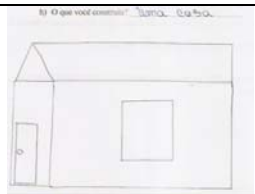
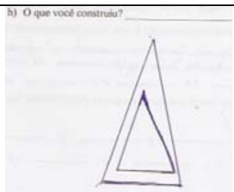
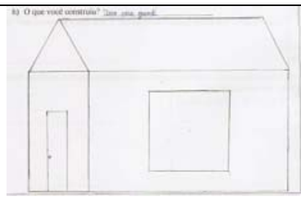
Aluno	Respostas dos alunos para QI – 3		Grau de conhecimento
B3	Pré-teste		NR
	Pós-teste	*Tridimensional são 3 partes iguais. Bidimensional são duas partes.*	CP
B22	Pré-teste	*Que tem 3 dimensões, que tem 2 dimensões.*	CS
	Pós-teste	*Sim, uma figura com três dimensões e bidimensional com duas dimensões.*	CS
B32	Pré-teste	*Não, não. Uma figura tridimensional é uma figura que pertence de triângulo.*	DT
	Pós-teste	*É uma figura que tem 3 lados. E bidimensional é uma figura que tem 4 lados.*	CP

Quadro 26 - Respostas dos alunos do subgrupo B para QI – 3.
Fonte: Autoria própria.

Aluno	Respostas dos alunos para QII – 1			
	Pré-teste	Nível de conhecimento	Pós-teste	Nível de conhecimento
B9		NR		CP

B11		CP		CP
B29		DT		CP

Quadro 27 - Respostas dos alunos do subgrupo B para QII – 1.
Fonte: Autoria própria.

Aluno	Respostas dos alunos para QII – 2			
	Pré-teste	Nível de conhecimento	Pós-teste	Nível de conhecimento
B3		CP		CS
B13		NR		CS
B32		DT		CS

Quadro 28 - Respostas dos alunos do subgrupo B para QII – 2.
Fonte: Autoria própria.

Esses dados permitem afirmar que na QI – 1 os alunos do **subgrupo B**, tiveram no decorrer das aulas desenvolvidas de acordo com a **Tendência Formalista Moderna**, um entendimento etimológico da palavra Geometria.

Os apontamentos encontrados nas respostas da questão QI – 2 proporcionam um entendimento de que muitos dos alunos do **subgrupo B** relacionaram a imagem de uma maquete com a imagem de figura não-plana e o desenho em uma folha de papel com uma representação geométrica plana.

Ao que se refere às respostas dos alunos do **subgrupo B** para a questão QI – 3 percebeu-se, novamente, que esses alunos entenderam o significado etimológico das palavras bidimensional e tridimensional, mas não externaram exemplos de figuras bidimensionais e tridimensionais.

Em relação às representações geométricas construídas pelos alunos do **subgrupo B** para responder a questão QII – 1 levou-nos ao entendimento de que esses alunos sistematizaram parcialmente o processo de reconhecimento das formas básicas da Geometria. Cabe observar em particular, a representação geométrica feita pelo aluno **B29** no momento do pré-teste, pois se entendeu que esse aluno não fez uma leitura interpretativa do exposto no enunciado da questão, imagina-se que ele após ler a palavra música, fez algumas representações de notas musicais. Mas, no pós-teste, esse mesmo aluno, de posse do novo conhecimento, fez uma interpretação classificada como **CS,** melhorando significativamente seu conhecimento.

E, na questão QII – 2 verificou-se que os alunos do **subgrupo B** conseguiram, na maioria das respostas em parte, fazer a representação geométrica da casa solicitada. Frisa-se que quase a totalidade desses alunos, não conseguiu identificar qual era o lado esquerdo do retângulo maior para desenhar outro retângulo menor, mostrando que esses alunos não desenvolveram o conceito de bilateralidade motora, ou seja, não conseguiram diferenciar lado direito de lado esquerdo.

De modo geral, pode-se afirmar que os alunos do **subgrupo B** não conseguiram fazer a transposição dos conteúdos geométricos à Geometria existente no mundo, pois, os conteúdos geométricos foram apresentados aos moldes da **Tendência Formalista Moderna***,* sendo, portanto a Geometria ensinada de forma algebrizada.

4.2.4 Entrevista

Para complementar as atividades desenvolvidas pelos alunos do **subgrupo B**, os mesmos participaram de uma entrevista. A partir dos relatos fornecidos por eles, identificaram-se apontamentos sobre: os conhecimentos geométricos que esses alunos já haviam internalizado, a opinião acerca do material usado durante as aulas, assim como, o modo pelo qual se processou o desenvolvimento do conteúdo de Geometria Plana nessas aulas.

Percebeu-se a partir dos relatos dos alunos do **subgrupo B** nas três questões apresentadas no **quadro 13**, apresentado no **capítulo 3**, foram cíclicas, pois para responder uma das questões sempre usavam o que tinham exposto na questão anterior. Por isso, optou-se por transcrever uma síntese das falas desses alunos. Cabe explicar que os dados expostos passaram por uma correção gramatical ao serem transcritos para essa pesquisa.

> Eu já conhecia algumas figuras, como o quadrado, o retângulo e o cubo. Mas, nunca tinha visto falar do trapézio e do losango. No livrinho que recebi da professora tinha muitas fórmulas e muitos cálculos, mesmo no conteúdo de Geometria, que eu imaginava ter apenas desenhos. (aluno B3).
>
> O trapézio eu não conhecia. Mas o quadrado e o retângulo nós sempre desenhávamos na quarta série do Ensino Fundamental. O livro de Matemática apresentava muitas atividades parecidas umas com as outras, que eram resolvidas com o uso de fórmulas. As explicações da professora sempre usavam o termo conjunto: conjunto de pontos, conjunto de figuras, conjunto de fórmulas... A professora falava bastante no decorrer das aulas e sempre que precisava fazia explicações no “cantinho” do quadro de giz. Assim a professora resolvia as atividades no quadro e nós copiávamos quando tínhamos feito errado. (aluno B9).
>
> Eu apenas sabia desenhar algumas figuras geométricas, como o quadrado e o triângulo. Mas, não sabia sobre a medida de seus lados. O livro apresentava uma linguagem diferente daquela que estou acostumado. Tinha muitas dúvidas durante as aulas, pois, a professora passava uns problemas, mas não relacionava as continhas com os problemas. Eu tinha vergonha de dizer que não estava entendendo o que a professora estava explicando. (aluno B20).
>
> Na verdade, eu nunca tinha aprendido sobre Geometria. Eu me lembro da professora fazendo alguns desenhos, mas não prestei muita atenção. Então, não posso dizer que sabia alguma coisa de Geometria. E, esse ano a professora ensinou uma Geometria com muitos cálculos. (aluno B24).
>
> Na quarta série eu aprendi que a Geometria está no formato dos objetos. A porta se parece com um retângulo, mas como ela tem largura não é um retângulo. A professora sempre dizia que existem figuras planas e figuras não-planas. O retângulo é plana e a porta, não-plana. Este ano, aprendi que podemos fazer cálculos nas aulas de Geometria para calcularmos a área de algumas figuras. (aluno B30).

Os depoimentos acima apontam as opiniões dos alunos do **subgrupo B** no decorrer das aulas. Dessa forma, essa etapa da pesquisa resultou em uma sessão de complementos de informações do conteúdo de Geometria Plana. Entende-se que os dados expostos indicam a ocorrência de atividades no decorrer dessas aulas, em concordância com a **Tendência Formalista Moderna**, apresentada no **item 2.2.2**.

Nesse momento da pesquisa, os dados coletados também foram os gestos, o silêncio, o tom de voz e da expressão fisionômica captada durante as entrevistas, com a finalidade de enriquecer a pesquisa. Nesse sentido, quanto às respostas aos questionamentos, iniciando pelo primeiro: "**Quais conhecimentos de Geometria vocês trouxeram das séries iniciais do ensino Fundamental?"** observou-se o aluno **B3** que demonstrou ter tido um contato com as formas geométricas planas e espaciais no decorrer das séries iniciais. Talvez, por ter um conhecimento do assunto se comportou de modo tranquilo durante a entrevista, sempre trazendo contribuições para a pesquisa. O aluno **B9**, demonstrando segurança, afirmou que já havia tido contato com a Geometria por meio da reprodução, em desenhos, de algumas formas geométricas. Esse contato de desenhar as formas geométricas foi marcante para esse aluno, pois ao falar sobre elas, ele as projetava no ar. O aluno **B20**, reafirmou várias vezes que sabia desenhar algumas formas geométricas, mas, não tinha conhecimento acerca dos conceitos que elas apresentavam. Já, o aluno **B24**, observou atentamente o relato dos colegas, para então, falar com um tom de voz embargado – diferente de sua voz – que não lembrava nada de Geometria. Mas, ele foi sincero ao relatar que talvez não tivesse prestado atenção nas aulas e por esse motivo desconhecia o assunto. E, o aluno **B30**, demonstrou ter um conhecimento significativo dos conceitos das formas geométricas em sua fala, pois sempre demonstrou exemplos relacionando as formas geométricas com formas de objetos.

Com a análise do segundo questionamento "**O que vocês acharam do material usado durante as aulas de Geometria na 5ª série do ensino Fundamental?"** percebeu-se que o aluno **B3** evidenciou o fato do livro didático usado como recurso de ensino para as aulas de Geometria, ser muito numérico, apresentando poucas ilustrações do conteúdo. O aluno **B9** fez apontamentos críticos sobre a linguagem usada no decorrer das aulas, ele realçou o uso contínuo e insistente do termo conjunto. Esse aluno, **B9**, comunga do pensamento do aluno **B30**, pois, ambos externalizaram o excesso de cálculos nas aulas de Geometria. E**,** os alunos **B20** e **B24** foram pragmáticos em suas respostas, afirmando que durante as aulas práticas tiveram contato com um material sem muitas imagens.

Com o terceiro questionamento da entrevista: "**Como se processou o desenvolvimento das aulas do conteúdo de Geometria? Vocês gostaram? Poderia ser diferente? Como?"** verificou-se que os alunos **B3** e **B24** afirmaram que a falta de material manipulável no decorrer das aulas dificultava o processo de ensino-aprendizagem. Os alunos **B9** e **B30** salientaram que a falta de troca de ideias entre os alunos no decorrer das aulas, impossibilitou que a professora tivesse um contato mais pessoal com o que realmente seus alunos estavam entendendo do conteúdo. Para eles, quando um aluno tem a oportunidade de ir ao quadro de giz para demonstrar como está resolvendo determinada atividade está se expondo a um olhar avaliativo do professor. O aluno **B20**, receoso, declarou que não entendia as explicações dos conteúdos geométricos durante as aulas práticas.

De forma geral, ao analisar as falas produzidas pelos alunos do **subgrupo B**, perceberam-se evidências que a fala sobre conjunto de formas geométricas, conjunto de fórmulas e a exposição dessas fórmulas por meio da representação algébrica deixou a Geometria muito abstrata.

4.3 TENDÊNCIA METODOLÓGICA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

4.3.1 Pré-Teste

A aplicação do questionário pré-teste junto aos alunos do **subgrupo C**, referenciado no **capítulo 3** e apresentado no **anexo E**, desencadeou uma série de dados para serem analisados e discutidos, conforme os critérios estabelecidos no **quadro 14**, exposto no **capítulo 3**.

Os dados expostos no **apêndice C,** possibilitaram verificar a existência ou não de subsunçores relacionados aos conceitos matemáticos de Geometria Plana que o **subgrupo C** apresentava no início dessa pesquisa. O resultado numérico dessa análise pode ser observado no **quadro 29**.

QUESTÃO	NÚMEROS DE ALUNOS			
	NR	DT	CP	CS
QI – 1	10	10	11	03
QI – 2	15	03	13	03
QI – 3	22	03	03	02
QII – 1	20	06	08	00
QII – 2	13	13	08	00

Quadro 29 - Níveis de qualidade para o conhecimento de Geometria Plana no subgrupo C/Pré-Teste.
Fonte: Autoria própria.

Pelo exposto no **quadro 29**, os alunos do **subgrupo C**, no momento do pré-teste, apresentavam uma compreensão parcial dos conteúdos requisitados para responder as questões QI – 1 e QI – 2. Nesse entendimento, pode-se afirmar que esses alunos, antes de iniciarem os estudos do conteúdo geométrico, apresentavam a internalização de alguns subsunçores relacionados aos conhecimentos geométricos básicos trabalhados nessa pesquisa. O que não se verificou nas respostas obtidas nas questões QII – 1 e QII – 2, pois os alunos apresentaram uma dificuldade para desenvolver as representações geométricas solicitadas.

Observando essas análises e o exposto no **item 2.1.1**, entendeu-se que quando o conhecimento do conteúdo de Geometria Plana se fazia presente na estrutura cognitiva dos alunos do **subgrupo C**, eram conhecimentos precários.

4.3.2 Aulas

Os alunos do **subgrupo C** participaram de aulas desenvolvidas de acordo com o procedimento metodológico da **Tendência Resolução de Problemas***,* tendo como ponto de partida para o ensino da Geometria Plana, a situação-problema exposta no **quadro 11**, apresentado no **capítulo 3**. Essas aulas, também, foram elaboradas a partir dos dados obtidos no momento do pré-teste.

De posse dessas orientações, procurou conduzir os alunos do **subgrupo C**, por meio da construção da bagagem de mão e uma caixa de presentes, a uma definição e um reconhecimento das figuras geométricas planas envolvidas no processo da construção solicitada.

Nesse sentido, depois de muito dobrar e desdobrar, riscar e apagar, todos os alunos do **subgrupo C** construíram a bagagem de mão e a caixa de presentes. Entendeu-se que o pensamento geométrico desses estudantes, com relação às formas, desenvolveu-se inicialmente pela visualização. Mas, observou-se que nenhum grupo de alunos planejou, ou seja, planificou as construções solicitadas. Logo, percebeu-se que esses alunos apresentavam uma visualização das formas geométrica, conforme exposto no **item 2.1.2**, pois reconheceram e reproduziram algumas figuras geométricas planas para confeccionar o solicitado.

Após o término das construções, os alunos do **subgrupo C** verificaram se o exposto na situação-problema era verdadeiro, ou seja, verificaram se foi possível colocar a caixa de presente dentro da bagagem de mão que construíram. Nesse momento, os integrantes de cada grupo, discutiram entre si, possíveis soluções para a situação-problema inicial.

No segundo dia da atividade, os grupos apresentaram à classe, a discussão, a síntese e as conclusões que cada equipe chegou sobre o formato, a capacidade e a possibilidade de colocar a caixa de presente dentro da bagagem de mão construídas.

O resultado dessas apresentações gerou alguns questionamentos por parte dos alunos do **subgrupo C** a respeito das formas geométricas usadas para confeccionar a bagagem de mão e a caixa de presentes. Durante as apresentações, os alunos fizeram vários comentários dentre os quais se destacaram os seguintes:

> A nossa bagagem de mão tem o formato de um retângulo e a caixa de presentes, também (aluno C4).
>
> A minha caixa de presentes é um pacote que não vai caber dentro da embalagem de mão (aluno C20).

Percebeu-se, nas falas dos alunos, que eles não sabiam diferenciar uma figura geométrica plana de uma figura geométrica espacial. Para sanar essas dúvidas, os alunos foram dispostos em círculo e iniciou-se uma plenária, com o professor fazendo a intermediação, nesse momento, o professor sistematizou as classificações das construções feitas, utilizando conceitos geométricos.

Dando continuidade à atividade, por meio da visualização de várias embalagens de formatos geométricos diferentes, os alunos do **subgrupo C** as classificaram de acordo com os conceitos: formas das faces, número de faces, arestas e vértices de uma superfície poliédrica (plano, reta e ponto). Nesse momento, o professor aproveitou para intervir revendo e reafirmando alguns conceitos apresentados por alguns alunos e desconsiderados por outros e enriquecendo, por meio de detalhes, as informações trocadas. Ressalta-se que o desenvolvimento dessa atividade serviu para que os alunos mensurassem e apreciassem as formas geométricas.

No terceiro dia da atividade, os alunos do **subgrupo C** passaram a calcular algebricamente a área das figuras planas envolvidas no processo da construção de uma embalagem, por exemplo, com o formato de um paralelepípedo, de um cubo ou de um cilindro.

Para a realização dessa tarefa, o professor inicialmente explicou a relação área/superfície das figuras planas utilizadas para a confecção das referidas embalagens. Nesse momento, os alunos do **subgrupo C** passaram a utilizar partes do livro didático *Matemática: fazendo a diferença*, exposto no **anexo I**, como apoio para realizar os cálculos necessários. Então, percebeu-se que os alunos de um modo geral, apresentaram dificuldades para mensurar as dimensões das formas construídas.

E, para finalizar o entendimento do novo conteúdo, os alunos resolveram os exercícios do **quadro 12**, exposto no **capítulo 3**. Ressalta-se que simultaneamente a essas atividades, ocorreram algumas abordagens relacionadas às questões apresentadas nos **quadros 4** e **5**, expostos no **capítulo 3**. Seguem alguns exercícios resolvidos pelos alunos nesse momento da aula considerados importantes para essa pesquisa.

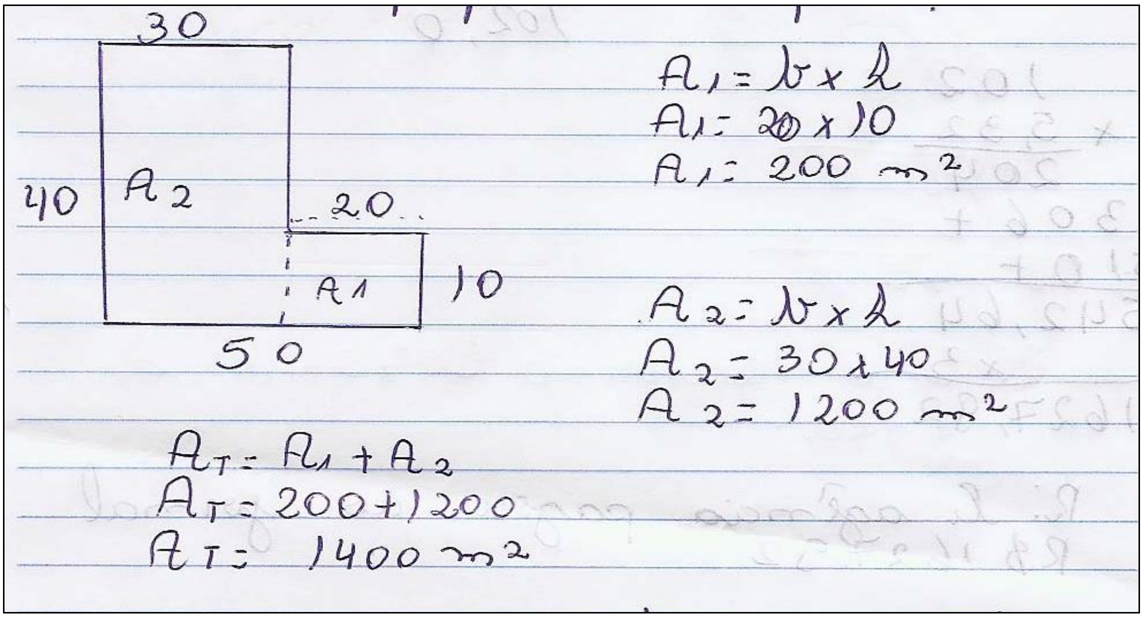


Figura 11 – Resolução do exercício nº 1, proposto no quadro 12.
Fonte: Aluno C12, 2008.

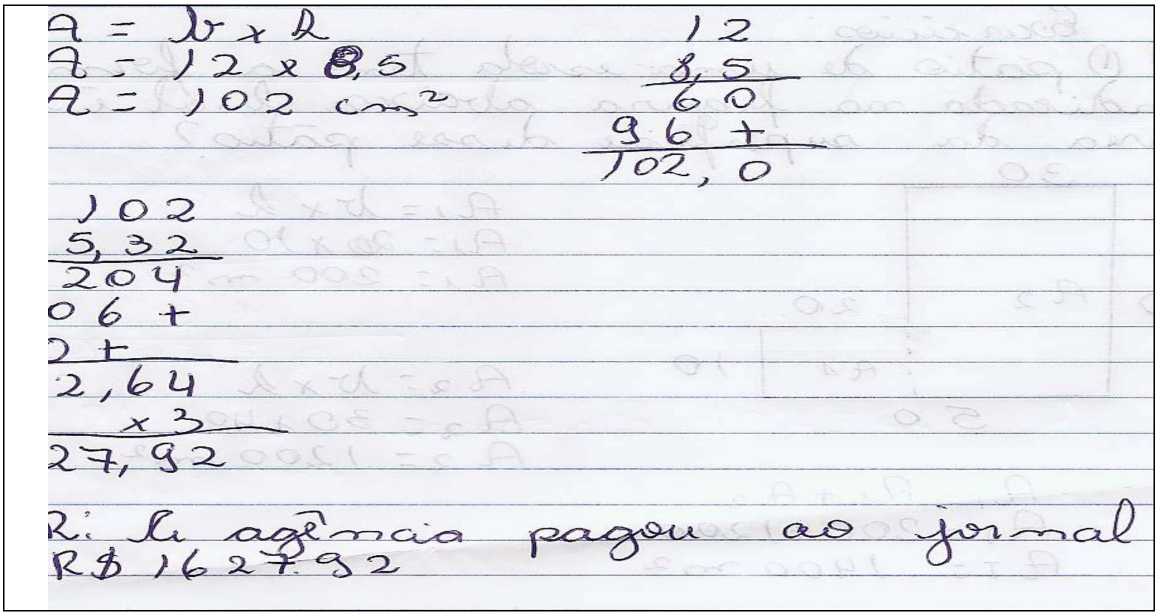


Figura 12 – Resolução do exercício nº 2, proposto no quadro 12.
Fonte: Aluno A15, 2008.

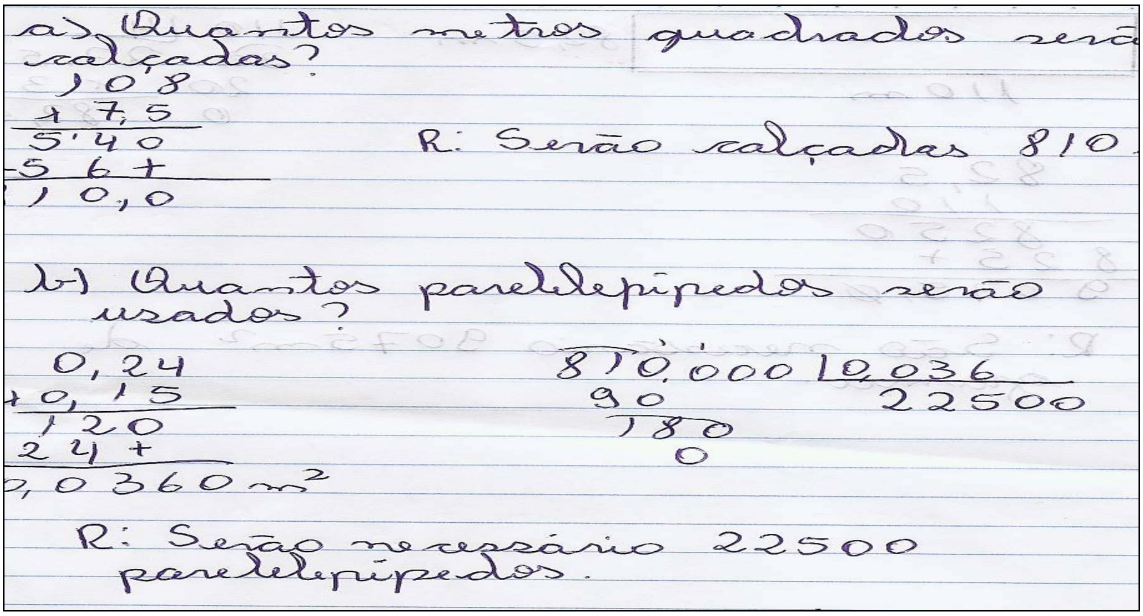


Figura 13 – Resolução do exercício nº 3, proposto no quadro 12.
Fonte: Aluno C12, 2008.

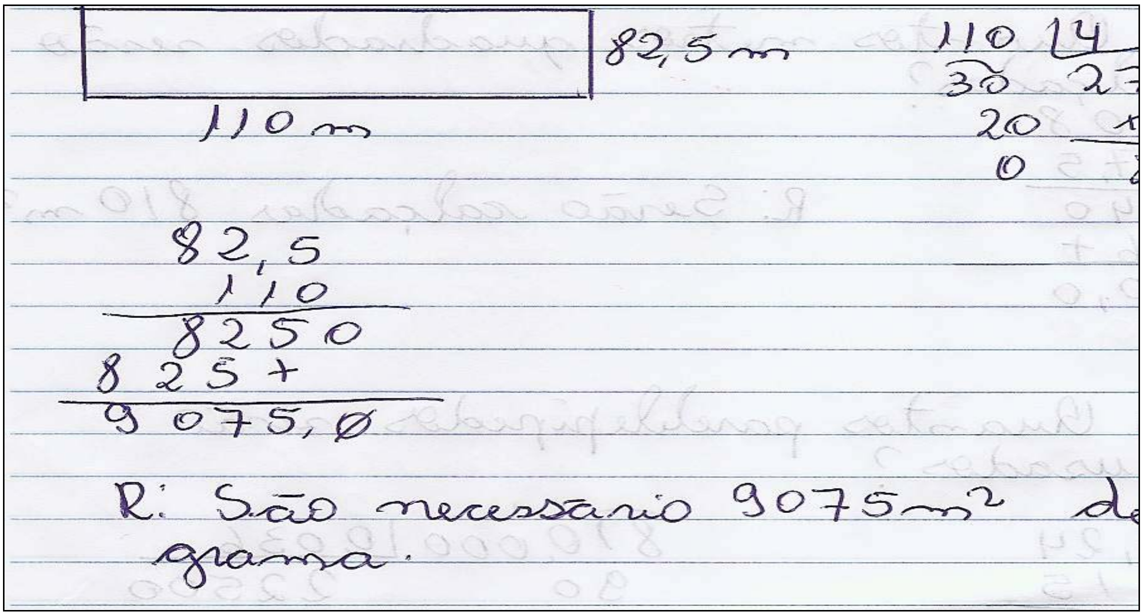


Figura 14 – Resolução do exercício nº 4, proposto no quadro 12.
Fonte: Aluno C12, 2008.

A análise das resoluções dos exercícios expostos nas **figuras 11**, **12**, **13** e **14**, mostra que os alunos do **subgrupo C** resolveram os referidos exercícios de maneira diferenciada, ou seja, como a aprendizagem se deu por meio de construções e como cada grupo encontrou um modo de resolver suas atividades, os exercícios também foram resolvidos de modos diferentes, promovendo um entendimento do conteúdo ensinado.

4.3.3 Pós-Teste

Ao término das aulas com aportes na **Tendência Resolução de Problemas**, os alunos do **subgrupo C** responderam, novamente, o questionário pré-teste, nesse momento da pesquisa chamado de pós-teste, com o intuito de analisar as respostas desses alunos nos dois momentos que o mesmo foi aplicado.

Com os dados do pré-teste e pós-teste em mãos, iniciou-se uma análise da qualidade das respostas apresentadas. Para fazer a referida análise recorreu-se aos critérios determinados no **quadro 14**, apresentado no **capítulo 3**. Na sequência o **quadro 30** aponta esses dados.

QUESTÃO	**NÚMEROS DE ALUNOS**			
	NR	DT	CP	CS
QI – 1	05	02	18	09
QI – 2	10	05	11	08
QI – 3	03	03	17	11
QII – 1	06	04	20	04
QII – 2	04	02	20	08

Quadro 30 - Níveis de qualidade para o conhecimento de Geometria Plana no subgrupo C/Pós-Teste.
Fonte: Autoria própria.

Ao promover a comparação dos dados expostos no **quadro 29**, com os dados do **quadro 30**, observou-se que em todas as questões abordadas ocorreu a redução das respostas classificadas como **NR**. No entanto, as respostas da questão QI – 2, apresentaram uma pequena defasagem e as respostas das questões QII – 1 e QII – 2 apresentaram um aumento relevante na qualidade das respostas analisadas.

No entanto, esses dados foram submetidos a uma segunda análise, com a finalidade de encontrar um melhor entendimento qualitativo sobre esses dados. Os **quadros 31**, **32**, **33**, **34** e **35**, apresentam alguns desses confrontos, considerados relevantes para essa pesquisa.

Aluno		Respostas dos alunos para QI – 1	Nível de conhecimento
C17	Pré-teste		NR
	Pós-teste	*Metro porque o nome já fala isso geo/metria = metros.*	CP
C20	Pré-teste	*Quando vem a palavra geometria eu penso que vou aprender contas.*	DT
	Pós-teste	*Vem na mente uma figura geométrica.*	CP
C27	Pré-teste	*Vem em minha mente quadrados, triângulos retângulos, etc. Porque geometria é isso.*	CS
	Pós-teste	*Quadrado, retângulo, triângulos e também vem a minha cabeça a palavra dimensões porque é isso.*	CS

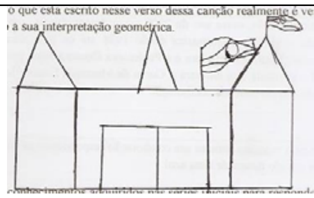
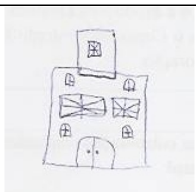
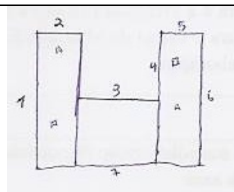
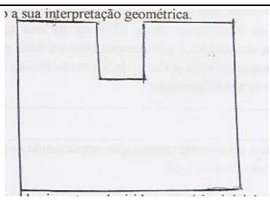
Quadro 31 - Respostas dos alunos do subgrupo C para QI – 1.
Fonte: Autoria própria.

Aluno		Respostas dos alunos para QI – 2	Nível de conhecimento
C3	Pré-teste	*Um desenho é com lápis de cor e de escrever, e maquete é com isopor ou outra coisa.*	CP
	Pós-teste	*Porque a maquete pode levar para algum lugar e o desenho não se pode tirar do papel.*	CP
C27	Pré-teste	*Semelhanças: os dois são feitos de papel, nos dois usa-se lápis de cor. Diferenças: o desenho é desenhado e a maquete é montada.*	CS
	Pós-teste	*Uma maquete é uma coisa montada que a gente pode pegar, tocar, etc. e um desenho numa folha é uma coisa que só podemos ver.*	CS
C29	Pré-teste	*Uma maquete é sólida e um desenho é feito no papel.*	CP
	Pós-teste	*Uma maquete pode pegar sentir e em um papel está desenhado e a gente não pode pegar.*	CS

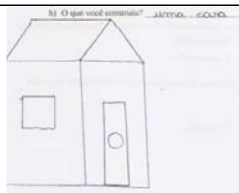
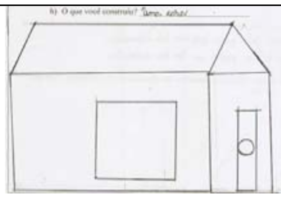
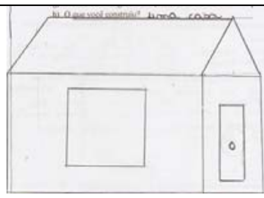
Quadro 32 - Respostas dos alunos do subgrupo C para QI – 2.
Fonte: Autoria própria.

Aluno		Respostas dos alunos para QI – 3	Nível de conhecimento
C5	*Pré-teste*	*Não.*	DT
	Pós-teste	*Tridimensional uma figura que tem 3 dimensões. Bidimensional uma figura que tem duas dimensões.*	CS
C9	*Pré-teste*	*Eu acho que uma figura tridimensional seja uma figura que tenha 3 dimensões.E bidimensional 2 dimensões.*	CS
	Pós-teste	*Tridimensional, eu não posso pegá-la e ela tem 3 dimensões. Bidimensional, eu posso pega-la e levar a qualquer lugar e ela tem duas dimensões.*	CS
C14	*Pré-teste*		NR
	Pós-teste	*Uma figura tridimensional são 3 dimensões e uma figura Bidimensional são duas dimensões.*	CS

Quadro 33 - Respostas dos alunos do subgrupo C para QI – 3.
Fonte: Autoria própria.

Aluno	Respostas dos alunos para QII – 1			
	Pré-teste	Nível de conhecimento	Pós-teste	Nível de conhecimento
C1		NR		CP
C4		CP		CS
C9		CP		CP

Quadro 34 - Respostas dos alunos do subgrupo C para QII – 1.
Fonte: Autoria própria.

Aluno	Respostas dos alunos para QII – 2			
	Pré-teste	Nível de conhecimento	Pós-teste	Nível de conhecimento
C4		CP		CS
C5		NR		CS
C9		DT		CS

Quadro 35 - Respostas dos alunos do subgrupo C para QII – 2.
Fonte: Autoria própria.

Os dados apresentados nos **quadros 31**, **32**, **33**, **34** e **35** conduziram ao entendimento que na QI – 1 que os alunos do **subgrupo C**, por meio das aulas desenvolvidas de acordo com a **Tendência Resolução de Problemas**, melhoraram o entendimento etimológico da palavra Geometria, mas não fizeram muitos apontamentos da Geometria presente em seu dia a dia.

As respostas apresentadas na questão QI – 2 mostram que os alunos do **subgrupo C,** não conseguiram expressar, por meio de conceitos, as diferenças e semelhanças entre uma maquete e um desenho em uma folha de papel, pois apresentaram apenas generalizações sobre essas diferenças e semelhanças.

Já as respostas dos alunos do **subgrupo C** para a questão QI – 3 afirmam que esses alunos internalizaram o significado etimológico das palavras bidimensional e tridimensional, mas não externaram exemplos de figuras bidimensionais e tridimensionais.

As representações geométricas construídas pelos alunos do **subgrupo C** para responder a questão QII – 1, mostraram um melhor entendimento na leitura e consequentemente apresentaram respostas que visualmente passaram a ser parecidas com um castelo, mesmo que para isso tenham usado mais do que cinco ou seis retas.

Finalizando, na questão QII – 2 os alunos do **subgrupo C** desenharam representações usando todos os comandos expostos no enunciado da atividade, demonstrando um entendimento do formato das figuras geométricas estudadas. De modo geral, observou-se que esses alunos passaram a apresentar um melhor entendimento dos conteúdos geométricos básicos.

4.3.4 Entrevista

O relato feito pelos alunos do **subgrupo C**, durante a entrevista, permitiu verificar o que esses educandos achavam do material usado durante as aulas de Geometria na 5ª série do Ensino Fundamental, do modo como se processou o desenvolvimento das aulas do conteúdo de Geometria aos moldes da **Tendência**

Resolução de Problemas, e se eles gostaram das aulas práticas e se essas poderiam ser diferentes.

Observou-se que os alunos do **subgrupo C**, também apresentaram repetições nas respostas das três questões que nortearam a entrevista. Então, optou-se em transcrever uma síntese dos relatos desses alunos. Salienta-se que os dados expostos passaram por uma correção gramatical.

> A professora do primário ensinava sobre as formas geométricas mostrando objetos, por exemplo, ela levava garrafas para mostrar o cilindro, chapéu de palhaço, para falar de cone. Nesse ano, a professora de Matemática, também fez isso. Por exemplo, a carteira, o estojo, a sala de aula, tudo virava exemplo de formas geométricas. E, o livro trazia ilustrações nas situações-problema, o que deixava o enunciado mais fácil. (aluno C1).
>
> No primário, a professora desenhava quadrados, retângulos, triângulos, no quadro de giz e nós copiávamos. Assim, eu aprendi a desenhar algumas formas geométricas. Quando estava construindo minha embalagem tentei colar do meu colega, mas percebi que não iria adiantar, pois cada um de nós tinha que usar a imaginação para ser autêntico. (aluno C8).
>
> Eu me lembro do quadrado, do retângulo e do círculo. Também, me lembro que não sabia medir a dimensão dos lados dessas figuras e nem seus ângulos. Durante as aulas a professora desenhou no chão da sala de aula um quadrado com dimensão de 1 m^2. Ela também trouxe objetos para a sala de aula, como, garrafas e caixas, para concretizar as formas geométricas. O livro didático traz imagens para reforçar a visualização da Geometria. (aluno C15).
>
> O trapézio, o losango e o paralelepípedo eu não conhecia. Mas, o quadrado, o retângulo e o círculo eu já sabia desenhar e classificar. Pois, a professora sempre fala que o quadrado tem 4 lados com a mesma medida e seus 4 ângulos medem 90º. As aulas apresentavam exemplos visuais e concretos. Nós podíamos sentir os contornos das caixas de sapato. Também, o nosso livro trazia informações das formas geométricas relacionadas com objetos do nosso dia a dia. A professora sempre estava com um exemplo em mãos para nos explicar sobre as formas geométricas. (aluno C 26).
>
> Não me lembro de nenhum conhecimento de Geometria. Nunca tinha ouvido falarem trapézio e losango. Também, não aprendi nada sobre área. Durante as aulas de Geometria, foram utilizados muitos materiais, como por exemplo, a própria sala de aula, caixas e garrafas. E, quando não tinha um material pronto para nós pegarmos e sentirmos as formas geométricas, nós construíamos um, pois, vendo fica mais fácil de entender as formas geométricas. (aluno C32).

O exposto mostra que os alunos do **subgrupo C** no decorrer das aulas desenvolvidas em concordância com a **Tendência Resolução de Problemas**, apresentada no **item 2.2.4**, manipularam objetos por meio de estratégias que lhes proporcionaram a apreensão de novos conhecimentos.

Assim, quanto às respostas aos questionamentos, iniciando pelo primeiro: "**Quais conhecimentos de Geometria vocês trouxeram das séries iniciais do ensino Fundamental?"** pode-se observar que o aluno **C1** teve contato com as formas geométricas planas, por meio da manipulação de objetos. Portanto, fazia seus comentários com segurança, passando a idéia de estar visualizando o objeto relatado.

O aluno **C8**, afirmou que reproduzia muitos desenhos das formas geométricas nas séries iniciais do Ensino Fundamental. O aluno **C15**, rindo, lembra que conhecer as formas geométricas, ele conhecia. O problema era manusear a régua para realizar as medidas das dimensões dessas formas geométricas. O aluno **C26**, demonstrou conhecer algumas características das formas geométricas. O aluno **C32**, timidamente expõe que não tinha nenhum conhecimento de Geometria, mas também não evidenciou, se esse não saber geométrico, era devido a sua falta de compreensão.

A análise do segundo questionamento "**O que vocês acharam do material usado durante as aulas de Geometria na 5ª série do ensino Fundamental?"** permitiu observar que de um modo geral, os alunos **C1**, **C8**, **C15**, **C26** e **C32**, fizeram as construções geométricas por meio da visualização das formas geométricas.

Com o terceiro questionamento da entrevista: "**Como se processou o desenvolvimento das aulas do conteúdo de Geometria? Vocês gostaram? Poderia ser diferente? Como?"** percebeu-se que os alunos **C1**, **C8**, **C15**, **C26** e **C32**, relataram suas observações demonstrando alegria ao afirmarem inúmeras vezes, que as aulas contextualizadas com manipulação de objetos lhes proporcionaram um melhor entendimento sobre as construções geométricas e suas representações.

Ao analisar as falas produzidas pelos alunos do **subgrupo C**, no decorrer da entrevista, perceberam-se evidências de que a construção das formas geométricas promoveu um entendimento do mundo físico, proporcionando uma aprendizagem com significado.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

> *Nosso desejo de conhecer seja quando despertado por necessidades práticas, ou perplexidades teóricas ou por pura curiosidade, pode ser satisfeito quando se alcança o objetivo pretendido; e enquanto nossa sede de saber talvez seja insaciável graças à imensidão do desconhecido – de modo que cada região do conhecimento se abra para um horizonte de coisas passíveis de conhecer – a atividade em si deixa para trás um crescente tesouro de conhecimento, que é armazenado e mantido por cada civilização, tornando-se parte inseparável do mundo (ARENDT, 1993, p. 148).*

Nesse capítulo são apresentadas as considerações finais sobre a proposta tratada nessa pesquisa, com a finalidade de apontar as contribuições das tendências **Formalista Clássica**, **Formalista Moderna** e **Resolução de Problemas,** para o processo de ensino-aprendizagem da Geometria Plana. Aqui, também será tratada a extrapolação dessa pesquisa para outras propostas.

5.1 CONCLUSÕES

Nos últimos cem anos (1908 – 2008), a escola brasileira, no que se refere ao ensino da disciplina de Matemática, contou com as contribuições metodológicas dos **Movimentos da Matemática Clássica, da Matemática Moderna** e **da Educação Matemática,** os quais se utilizaram/utilizam dos diferentes **Tendências Metodológica**s – **Formalista Clássica, Formalista Moderna** e **Resolução de Problemas** – para nortear e promover o sucesso do ensino da Matemática.

Cabe ressaltar que esses movimentos e suas respectivas tendências metodológicas, teoricamente se fizeram valer no processo de ensino-aprendizagem em certos períodos:

- **Movimento da Matemática Clássica**: aproximadamente até o final da década de 50;

- **Movimento da Matemática Moderna**: décadas de 60 e 70;
- **Movimento da Educação Matemática**: a partir da década de 80 até os dias atuais.

No entanto, a experiência e a vivência educacional permitem afirmar que no interior da sala de aula, as metodologias e recursos de ensino, pertinentes a cada um desses movimentos, se fazem presentes nos dias de hoje, na prática pedagógica dos professores de Matemática.

Por isso, no percurso desse trabalho, procurou-se averiguar as contribuições que as **Tendências Formalista Clássica**, **Formalista Moderna** e **Resolução de Problemas**, trazem para o processo de ensino-aprendizagem do conteúdo matemático de Geometria Plana.

Nesse sentido e de acordo com a proposta inicial dessa pesquisa realizada com alunos da 5ª série do Ensino Fundamental na disciplina de Matemática, mais especificamente com o conteúdo de Geometria Plana, julga-se ser possível concluir que:

(i) "O uso da Tendência Formalista Clássica trouxe contribuições para os alunos do subgrupo A no processo de ensino-aprendizagem de Geometria Plana".

Ao desenvolver as atividades previstas para verificar as contribuições do uso da **Tendência Formalista Clássica** no decorrer dessa pesquisa, pôde-se observar que os alunos do **subgrupo A** no momento do pré-teste não apresentaram os pré-requisitos necessários, para ancorar o conteúdo de Geometria Plana a ser estudado. Isso se comprova por meio da análise dos dados apresentados no **item 4.1.1**.

No entanto, após a intervenção das aulas que utilizaram como principal recurso de ensino o livro didático *Matemática: Curso Ginasial* (SANGIORGI,1960), para a exposição do professor e para a exercitação das atividades propostas, verificou-se que a maioria dos alunos do **subgrupo A** passou a apresentar subsunçores do entendimento do que é Geometria, das diferenças e semelhanças entre uma forma espacial e uma forma plana, da percepção de que as formas espaciais são construídas a partir das formas planas, do entendimento de dimensões: comprimento, altura e largura e, por consequência dos significados dos termos: *bidimensional* e *tridimensional* e para as construções das representações geométricas solicitadas.

Nesse entendimento, conclui-se que após a intervenção das aulas, aos moldes da **Tendência Formalista Clássica**, os alunos do **subgrupo A**, passaram a apresentar uma melhoria na qualidade dos seus conhecimentos referentes ao conteúdo de Geometria Plana. Assim, afirma-se que essas aulas contribuíram para essa mudança na qualidade das respostas analisadas.

Diante do exposto, verifica-se que o tipo de aprendizagem que ocorreu nos alunos do **subgrupo A** foi a **aprendizagem mecânica**. Ausubel (1980, grifo nosso), explica que a **aprendizagem mecânica** é aquela que encontra muito pouca ou nenhuma informação prévia na estrutura cognitiva do aluno, ao relacionar um novo conhecimento ao já adquirido. Essa conclusão baseia-se no fato da maioria desses alunos no momento do pré-teste não apresentarem os subsunçores relacionados aos conhecimentos geométricos e após a intervenção das aulas práticas, passaram a apresentar subsunçores. Nesse entendimento, o fato da nova informação – conteúdo de Geometria Plana – ter sido armazenada arbitrariamente na estrutura cognitiva sem ligar-se a conceitos subsunçores específicos, caracteriza a aprendizagem mecânica.

(ii) "O uso da Tendência Formalista Moderna trouxe contribuições para os alunos do subgrupo B no processo de ensino-aprendizagem de Geometria Plana"

Ao desenvolver as atividades previstas para verificar as contribuições do uso da **Tendência Formalista Moderna** no decorrer dessa pesquisa, observou-se que os alunos do **subgrupo B**, no momento do pré-teste apresentavam alguns subsunçores relacionados aos conhecimentos geométricos básicos, conforme exposto no **item 4.2.1**. Nesse sentido, esses alunos apresentavam uma pequena pré-disposição para desenvolverem uma aprendizagem significativa no decorrer das aulas.

Cabe salientar que as atividades propostas, privilegiaram uma Geometria ensinada de forma algebrizada, proporcionando um realce no ensino dos símbolos e uma atenuação no ensino das noções de figuras geométricas, conduzindo o aluno, a manipular os entes matemáticos. Nesse entendimento, para Ausubel (1980, grifo nosso) ocorreu uma **aprendizagem mecânica**.

(iii) “O uso da Tendência Resolução de Problemas trouxe contribuições para os alunos do subgrupo C no processo de ensino-aprendizagem de Geometria Plana”

Ao desenvolver as atividades previstas para verificar as contribuições do uso da **Tendência Resolução de Problemas** no decorrer dessa pesquisa, pode-se observar que os alunos do **subgrupo C**, no momento do pré-teste, apresentaram uma compreensão parcial dos conteúdos básicos de Geometria. Nesse sentido, pôde-se detectar que esses alunos, antes de iniciarem os estudos do conteúdo geométrico, apresentavam a internalização de alguns subsunçores relacionados aos conhecimentos geométricos básicos trabalhados nas séries anteriores, conforme exposto no **item 4.3.1**.

Segundo a Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel (1976,1980) a maioria dos alunos do **subgrupo C** chegaram à quinta série com subsunsores geométricos, todavia com deficiências, pois nenhum apresentou com concretude as respostas solicitadas. Logo, a imagem internalizada de matriz, que seriam os primeiros subsunçores adquiridos nas séries iniciais não foram adquiridos de forma satisfatória.

Após a intervenção das aulas práticas, que utilizaram diversos recursos de ensino, entre eles o livro didático *Matemática: fazendo a diferença* (BONJORNO; OLIVARES, 2006) e construção das representações geométricas, observou-se que a maioria dos alunos do **subgrupo C** passou a apresentar um conhecimento mais elaborado, relacionado com os conteúdos geométricos básicos, fato que se confirma na maneira com que esses alunos responderam as questões do pós-teste.

As considerações expostas com o desenvolvimento dessa pesquisa, não têm a intenção de serem aceitas como verdades incontestáveis, mas sim, têm por objetivo levantar questionamentos e gerar discussões em torno de uma aprendizagem significativa no ensino da Geometria Plana. Pois, a experiência e a vivência educacional permitem afirmar que no interior da sala de aula, as metodologias e recursos de ensino, pertinentes a cada um das **Tendências Formalista Clássica**, **Formalista Moderna** e **Resolução de Problemas**, se fazem presentes nos dias de hoje, na prática pedagógica dos professores de Matemática.

Entende-se que cada professor pode e deve fazer uso do que há de bom em cada uma dessas tendências metodológicas no preparo e aplicação de suas aulas, pois cada grupo de alunos apresenta características diferenciadas o que exige práticas de ensino, também diferenciadas.

É necessário pontuar que mesmo que o professor apresente um bom conhecimento dos conceitos geométricos a ser ensinado, muitas vezes ele não consegue realizar sua transposição didática. Pois, uma coisa é conhecer a teoria e outra, muito diferente, é colocá-la em prática.

D'Ambrósio (2007) explica que no momento de busca do entendimento da teoria é que se toma a decisão de adotar ou não o seu conceito. Portanto, o que se espera do professor é que ele tenha domínio dos conhecimentos sobre aquilo que ele pretende ensinar. E, os PCN's de Matemática (BRASIL, 1998, p.37) apontam que, os professores precisam ter clareza de suas próprias concepções sobre a Matemática, uma vez que a sua prática pedagógica em sala de aula está ligada a essas concepções. Nesse sentido, entende-se que a teoria e a prática devem caminhar juntas, isto é, elas são indissociáveis.

Logo, pode-se afirmar que quanto maior for a quantidade de informações sobre algumas metodologias de ensino que se fazem presentes nas salas de aula de Matemática, mais subsídios metodolgicos os professores terão para auxiliá-los na construção do processo de ensino-aprendizagem de Geometria.

No momento de busca do entendimento da teoria é que se toma a decisão de adotar ou não o seu conceito. Portanto, o que se espera do professor é que ele tenha domínio dos conhecimentos sobre aquilo que ele pretende ensinar. Isso faz a diferença entre ele ser um facilitador ou um mediador da aprendizagem

(D'AMBRÓSIO, 2007). Nesse sentido, entende-se que a teoria e a prática devem caminhar juntas, isto é, elas são indissociáveis.

Para Ausubel (1973), a sala de aula precisa oportunizar vivências significativas que possam levar o aluno à compreensão no sentido amplo do conhecimento daquilo que lhe é ensinado e não simplesmente à memorização de um conteúdo sem sentido. Esse autor, ainda, afirma que é preciso ter clareza quanto aos objetivos daquilo que se quer ensinar, isto é, o professor deve instruir o aluno para que ele venha a fazer associações e transferências, internalizando mecanismos interpretativos, formadores de conceitos e de imagens mentais.

Nesse sentido, fez-se necessário que os professores tenham contato com inúmeros conhecimentos escolares, entre eles as estratégias metodológicas de ensino-aprendizagem, para terem subsídios que lhes permitam serem professores conscientes dos desafios e das possibilidades da sua futura profissão, com os saberes necessários para se tornarem profissionais competentes para atuarem na realidade escolar do século XXI.

Com esses entendimentos, construiu-se um caderno de subsídios pedagógicos, cuja finalidade é fornecer, aos professores de Matemática e interessados em Geometria, um conjunto de informações sobre algumas metodologias de ensino que se fazem presentes nas salas de aula de Matemática e, conduzi-los a uma análise e uma reflexão do seu próprio jeito de lecionar.

O caderno pedagógico foi organizado em três capítulos, sendo que o primeiro capítulo trata de uma retrospectiva histórica sobre a importância da Geometria e a forma como ela se manifestou desde os tempos mais remotos até seu contexto atual nas salas de aula e sobre a formação do professor de Matemática.

O segundo capítulo apresenta uma fundamentação teórica que sustenta a inserção dos conteúdos geométricos no cotidiano escolar e de algumas tendências metodológicas para o seu ensino. Sugerem-se no terceiro capítulo, atividades com aportes teóricos nas **Tendências Formalista Clássica**, **Formalista Moderna** e **Resolução de Problemas**, no ensino de Geometria. Entende-se que as três tendências, exercem, até hoje, certa influência nas concepções subjacentes às práticas pedagógicas no ensino de Geometria no que diz respeito, especificamente, ao processo de ensino-aprendizagem.

Finalmente, tecem-se algumas reflexões, com a intenção de auxiliar os professores de Matemática na construção de um processo de ensino-aprendizagem com qualidade, capaz de fazer com que os alunos se apropriem dos conhecimentos desejados.

Ressalta-se que esse material pedagógico pode ser parcialmente utilizado em qualquer nível de ensino pelo professor de Matemática para preparar as aulas do conteúdo de Geometria na 5ª série do Ensino Fundamental. No entanto, nada impede que o professor possa utilizá-lo diretamente com os alunos, de qualquer série de ensino, caso julgue adequado.

5.2 SUGESTÕES PARA FUTUROS TRABALHOS

Neste trabalho foram discutidas as contribuições das tendências metodológicas: Formalista Clássica, Formalista Moderna e Resolução de Problemas, para o processo de ensino-aprendizagem, mais especificamente no modo de se ensinar os conteúdos escolares de Geometria.

Fica a sugestão de um novo olhar para as tendências metodológicas para o ensino da Matemática, por meio de uma proposta de implementação de um projeto para formação de professores de Matemática tendo como base o caderno pedagógico aqui desenvolvido.

Sugere-se, também, aprofundar o tema no aspecto avaliativo, pois, os conhecimentos produzidos a partir deste trabalho representam o ponto de partida para a concepção, avaliação e implementação de aulas práticas que envolvam o conteúdo de Geometria no ensino Fundamental.

Por fim, pesquisar junto a profissionais graduados, que já possuem experiência profissional, sua visão ou opinião a respeito das tendências metodológicas para o ensino da Matemática.

REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, Saddo Ag. **Fundamentos da didática da matemática**. Curitiba: Editora UFPR, 2007.

ALVES, Antônio Maurício Medeiros. **Livro didático de matemática:** uma abordagem histórica (1943-1995). 2005. 143 f. Dissertação (Mestre em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal de Pelotas, 2005.

ARAÚJO, Jussara de Loiola; BORBA, Marcelo de Carvalho. Construindo pesquisas coletivamente em Educação Matemática. In: BORBA, Marcelo de Carvalho. **Pesquisa qualitativa em educação matemática.** Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

AUSUBEL, David Paul. **Algunos aspectos psicológicos de la estrutuctura del conocimiento**. Buenos Aires: El Ateneo, 1973.

______. Fatores que influenciam o ensino de ciências e suas implicações sobre os currículos dos cursos de formação de professores. **Caderno Catarinense de Ensino de Física,** v. 16, n. 3, p. 287-313, dez. 2000.

______. **Psicologia educativa:** um punto de vista cognoscitivo. México: Trillas, 1976.

______; NOVAK, Joseph; HANESIAN, Helen. **Psicologia educacional**. Rio de Janeiro: Editora Interamerica, 1980.

BONJORNO, José Roberto; BONJORNO, Regina Azenha; OLIVARES, Ayrton. **Matemática:** fazendo a diferença: 5ª série. São Paulo: FTD, 2006.

BÓSCOLO, Alcides; CASTRUCCI, Benedito. **Matemática:** curso moderno. São Paulo: FTD, 1971. v.1.

BRASIL. Lei nº 9394, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as Diretrizes e Bases da Educação Nacional. **Diário Oficial da República Federativa do Brasil**, Brasília, DF, v. 134, n. 248, 23 dez. 1996. Seção 1, p. 27834-27841.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Guia de livros didáticos PNLD 2008:** Matemática. Brasília: MEC, 2007. (Anos Finais do Ensino Fundamental).

______. ______. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática. Brasília: MEC, 1998.

BURIGO, Elizabete Zardo. **Movimento da matemática moderna no Brasil:** estudo da ação e do pensamento de educadores matemáticos nos anos 60. 1989. 286 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 1989.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **Da realidade à ação**. São Paulo: Summus, 1996.

______. **Educação matemática:** da teoria à prática. 14. ed. São Paulo: Papirus, 2007.

DAVIS, Philip; HERSH, Reuben. **A experiência matemática**. Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1986.

EVES, Howard. **Introdução à história da matemática.** 2. ed. São Paulo: Editora UNICAMP, 1997.

FAINGUELERNT, Estela Kaufman. **Educação matemática:** representação e construção em geometria. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 1999.

FARIA, Walter de. **Aprendizagem e planejamento de ensino**. São Paulo, Ática, 1989.

FIORENTINI, Dário. Alguns modos de ver e conceber o ensino de Matemática no Brasil. **Zetetiké**. Campinas, UNICAMP, v. 3, n. 4, p. 1-37, nov. 1995.

______. **Formação de professores de matemática:** explorando novos caminhos com outros olhares. Campinas: Mercado de Letras, 2003.

FONSECA, Solange. **Metodologia de Ensino:** matemática. Belo Horizonte: Editora Lê: Fundação Helena Antipoff, 1997. (Coleção Apoio).

GÁLVEZ, Grécia. A geometria, a psicogênese das noções espaciais e o ensino da geometria na escola primária. In: PARRA, Cecília; SAIZ, Irma (Orgs.). **Didática da Matemática:** reflexões psicopedagógicas. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996. p. 236-258.

GARNICA, Antônio Vicente Marafioti. História oral e educação matemática: do inventário à regulação. **Zetetizé.** Campinas, v.11, n.19, p. 9-55, 2003.

LAKATOS, Eva; MARCONI, Marina. **Fundamentos da metodologia científica:** ciência e conhecimento científico. São Paulo: Atlas, 2001.

LOPES, Sérgio Roberto. **Metodologia do ensino da matemática**. Curitiba: Ibpex, 2005.

LORENZATO, Sérgio. Por que não ensinar Geometria? **Educação Matemática em Revista – SBEM**. Florianópolis, v. 4, p. 3-13, 1995.

______; FIORENTINI, Dário. **Iniciação à investigação em educação matemática**. Campinas: CEMPEM/COPEMA, 2001.

LÜDKE, Menga; ANDRÉ, Marli Elza Damásio Afonso de. **Pesquisa em educação:** abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 2005.

MACHADO, Nilson José. **Epistemologia e didática:** as concepções de conhecimento e inteligência e a prática docente. São Paulo: Cortez, 2005.

______. **Matemática e realidade:** análise dos pressupostos filosóficos que fundamentam o ensino da matemática. São Paulo: Cortez, 1987.

MARQUES, Alex Sandro. **Tempos pré-modernos:** a Matemática escolar nos anos 1950. 2005. 150 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2005.

MENDES, Iran Abreu. **Matemática e investigação em sala de aula:** tecendo redes cognitivas na aprendizagem. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009. ABREU, 1997.

MIGUEL, Antônio; FIORENTINI, Dário; MIORIM, Maria Ângela. Álgebra ou Geometria: para onde pende o pêndulo? **Pro-Posições.** Campinas, São Paulo. v. 3, n. 7, p. 39-54, 1992.

MIORIM, Maria Ângela. **Introdução à história da educação matemática**. São Paulo: Atual, 2004.

MOREIRA, Marco Antônio. **Teorias de aprendizagem**. São Paulo: EPU, 1999.

______; MASINI, E. F. S. **Aprendizagem significativa:** a teoria de David Ausubel. 2. ed. São Paulo: Centauro Editora, 2006.

NASSER, Lílian; SAN'ANNA, Neide. **Geometria segundo a teoria de van Hiele.** 4. ed. Rio de Janeiro: UFRJ/IM, 2004. (Projeto Fundão)

______; TINOCO, Lúcia (Coords.) **Argumentações e provas no ensino de matemática.** Rio de Janeiro: UFRJ, 2001. (Projeto Fundão)

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa; ALLEVATO, Norma Sueli Gomes. Novas Reflexões sobre o ensino–aprendizagem de matemática através da resolução de Problemas. In: BICUDO, Maria Aparecida; BORBA, Marcelo. (Orgs.) **Educação Matemática:** pesquisa em movimento. 2. ed. São Paulo: Cortez, 2005. p. 213-231.

PAIVA, Maria Auxiliadora Vilela. Saberes do professor de Matemática: uma reflexão sobre a Licenciatura. **Educação Matemática em Revista**. São Paulo, v. 9, n. 11, ed. esp., p. 95-104, 2002.

PAVANELLO, Regina Maria. **O abandono do ensino da Geometria:** uma visão histórica. 1989. 195 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1989.

______. O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e conseqüências. **Zetetiké**. Campinas, v. 1, n. 1, p. 7-17, 1993.

______. **Formação de possibilidades cognitivas em noções geométricas**. 1995. 289 f. Tese (Doutorado) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1995.

______; ANDRADE, Roseli Nozaki Grave. Formar professores para ensinar Geometria: um desafio para as licenciaturas em matemática. **Educação Matemática em Revista**. São Paulo, v. 9, n. 11, ed. esp., 2002.

PEREZ, Geraldo. **Pressupostos e reflexões teóricos e metodológicos da pesquisa participante no ensino de geometria para as camadas populares.** 1991. 298 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1991.

POLYA, George. **A arte de resolver problemas:** um enfoque do método matemático. Rio de Janeiro: Interciência, 1949.

ROCHA, José Lourenço da. **A Matemática do curso secundário na reforma Francisco Campos**. 2001. 198 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2001.

SANGIORGI, Oswaldo. **Matemática:** curso ginasial: 1ª série. 14. ed. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1953.

______. **Matemática:** curso moderno. 10. ed. São Paulo: Companhia Nacional, 1953. v.1.

SANTOS, Vinicius de Macedo. A formação de formadores: que formação é essa? **Revista de Educação PUC – Campinas**. Campinas, n. 18, p. 61-64, 2005.

SERRAZINA, Maria de Lurdes. MATOS, José Manuel. **Didáctica da matemática**. Portugal: Universidade Aberta, 1996.

SILVA, Clóvis Pereira. **A Matemática no Brasil:** história de seu desenvolvimento. 3. ed. São Paulo: Edgard Blücher, 2003.

SILVA, Edna Lúcia; MENEZES, Estela Muszkat. **Metodologia da pesquisa e elaboração de dissertação.** 3 ed. Florianópolis: Ed. UFSC, 2001.

SILVA, Maria Célia Leme da. A geometria nos congressos nacionais de ensino de matemática. In: BURIGO, Elisabete Zardo; FISCHER, Maria Clara Bueno; SANTOS, Mônica Bertoni (Orgs.). **A matemática moderna nas escolas do Brasil e de Portugal:** novos estudos. Porto Alegre: Redes Editora, 2008. p. 69-80.

SMOLE, Kátia Cristina Stocco. **A Matemática na Educação Infantil:** a teoria das inteligências múltiplas na prática escolar. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 2000.

SOARES, Francisco dos Santos. **Movimento da matemática moderna no Brasil:** avanço ou retrocesso? 2001. 192 f. Dissertação (Mestrado em Matemática Aplicada) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2001.

SOUZA, Maria do Carmo. **A percepção de professores atuantes no ensino de matemática nas escolas estaduais da Delegacia de Itu, do movimento da matemática moderna e de sua influência no currículo atual**. 1999. 158 f.

Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1999.

STRAUSS, Anselm. **Pesquisa qualitativa:** técnicas e procedimentos para o desenvolvimento de teoria fundamentada. Porto Alegre: Artmed, 2008.

VALENTE, Walter Rodrigues. **Euclides Roxo e a modernização do ensino de matemática no Brasil**. São Paulo: Editora SBEM, 2003.

______. Quem somos nós, professores de Matemática? **Cadernos Cedes,** Campinas, v. 28, n. 74, p. 11-23, jan./abr. 2008.

VILALOBO, João Eduardo Rodrigues. **Diretrizes e Bases da Educação:** ensino e liberdade. São Paulo: EDUSP, 1969.

APÊNDICE A – SUBGRUPO A: CLASSIFICAÇÃO DAS RESPOSTAS DO PRÉ-TESTE E DO PÓS-TESTE

Aluno	Respostas dos alunos para QI – 1		Nível de conhecimento
A4	Pré-teste	*Duas partes iguais divididas no meio.*	DT
	Pós-teste	*As figuras quadrado, triângulo etc. Porque geometria eu entendo como figuras geométricas.*	CS
A5	Pré-teste	*Desenhos. Não tenho por que.*	CP
	Pós-teste	*É o estudo das medidas.*	CP
A7	Pré-teste		NR
	Pós-teste	*Vem na minha mente figuras. Não sei bem o porque mais acho que é por causa do nome geométrico. Pois, sempre que ouço falar em geométrico, fala-se em figuras geométricas.*	CP
A8	Pré-teste	*Eu pensei que era difícil mais não era quanto eu pensei.*	DT
	Pós-teste	*Vem que é triângulo, retângulo, quadrado, etc.*	CS
A11	Pré-teste	*Vem que tem coisa difícil.*	DT
	Pós-teste	*Vem figuras geométricas, exemplo: triângulo, retângulo, etc.*	CS
A 12	Pré-teste	*Muitas formas para montar em geometria e muitos objetos com geometria.*	CS
	Pós-teste	*Várias coisas porque geometria tem seus retângulos, quadrados, etc. Mas vem várias coisas em geometria.*	CS
A13	Pré-teste		NR
	Pós-teste	*Vem em minha cabeça formas geométricas.*	CP
A16	Pré-teste	*Que cada geometria tem seu tamanho.*	CP
	Pós-teste	*Minha mente lembra quadrado, triângulos, retângulos, losango, trapézio, etc. E, também unidades de medidas.*	CS
A18	Pré-teste		NR
	Pós-teste	*Geografia. Porque as palavras são parecidas.*	DT
A20	Pré-teste	*Formas e polegadas. Porque formas precisam de polegadas e números para ser feitos.*	CP
	Pós-teste	*Espaços, porque cada figura precisa de um espaço determinado seja ela reta ou desproporcional.*	CS
A24	Pré-teste	*Figuras como: quadrado, triângulo, etc. Porque geometria me lembra de formas.*	CS
	Pós-teste	*Formas geométricas, porque o próprio nome já diz.*	CP
A27	Pré-teste	*Em réguas e desenhos. Porque eu gosto muito de geometria.*	CP
	Pós-teste	*Régua, porque vem em minha mente e pelas explicações da professora.*	CP

Quadro 36 - Respostas gerais dos alunos do subgrupo A para QI – 1.
Fonte: Autoria própria.

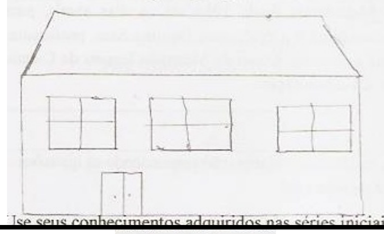
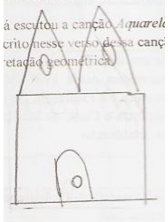
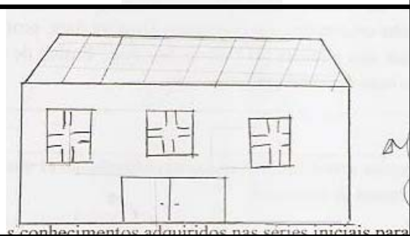
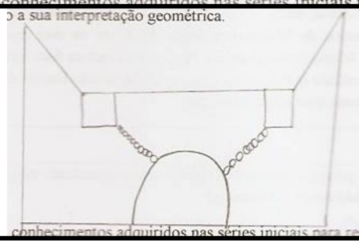
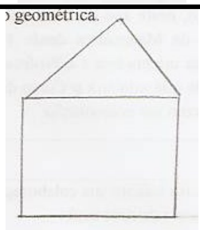
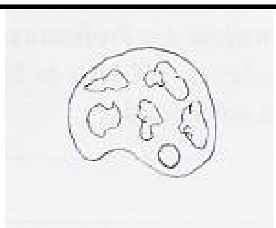
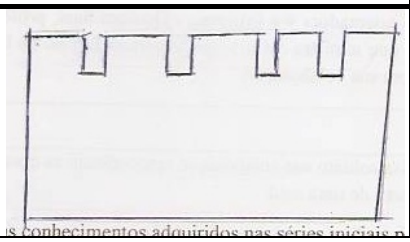
Aluno	Respostas dos alunos para QI – 2		Nível de conhecimento
A1	Pré-teste	*Em uma maquete tem normal e no papel é um desenho normal.*	DT
	Pós-teste	*A maquete faz em uma mesa. O desenho em uma folha de papel.*	CP
A2	Pré-teste	*Maquete é mais ilustrativo e papel é demonstrativo.*	CP
	Pós-teste	*Maquete você pode pegar os lados. Folha você pode pegar, o desenho você pode ver.*	CS
A3	Pré-teste	*Maquete a gente vê melhor o que quer representar. Desenho papel a gente vê, mas quase não entende.*	CP
	Pós-teste	*Diferenças: a maquete tem bonecos e outras coisas em pé. Na folha fica deitado. Semelhanças: são desenhos.*	CS
A5	Pré-teste	*Papel se desenha e maquete se faz.*	CP
	Pós-teste	*Maquete é uma coisa que se pega. Desenho é uma coisa que se não pega.*	CS
A6	Pré-teste	*Nem imagino.*	DT
	Pós-teste	*Maquete é mais real a folha não.*	CP
A8	Pré-teste		NR
	Pós-teste	*Eu acho que é ruim. Porque, o papel é mole é fraco para fazer.*	DT
A9	Pré-teste		NR
	Pós-teste		NR
A11	Pré-teste	*A diferença é que a maquete tem a impressão que está de pé e parece ser de verdade e é bonita e, o desenho em papel não.*	CS
	Pós-teste	*Na maquete as coisas ficam em pé. E, no desenho, fica deitado.*	CS
A17	Pré-teste	*Maquete é uma coisa mais estruturada com madeira, isopor, etc. E, papel em desenho é feito com lápis de cor, tinta, canetinha, etc.*	CP
	Pós-teste	*Maquete é uma coisa mais estruturada com madeira isopor etc. e papel em desenho é feito com lápis de cor, tinta, canetinha , etc.*	CP
A25	Pré-teste		NR
	Pós-teste	*Maquete dá muita mão de obra para se fazer. Papel uma pessoa faz sozinho então, é bem melhor. Diferenças maquete isopor, papel mole e mais barato.*	CP
A26	Pré-teste	*Em uma maquete a gente consegue entender melhor. E, na folha é a mesma figura da maquete.*	CS
	Pós-teste	*Na maquete podemos pegar e sentir sua espessura, já o desenho em uma folha é plano.*	CP
A27	Pré-teste	*A diferença é que uma maquete é bem diferente de um papel e por isso é diferente.*	DT
	Pós-teste	*Maquete é quando a pessoa faz com as ferramentas certas, e quando desenho no papel.*	DT

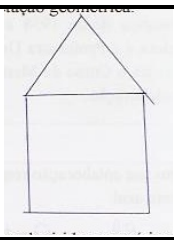
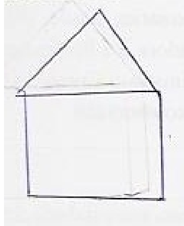
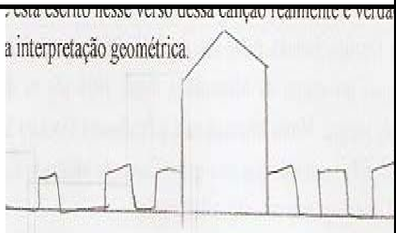
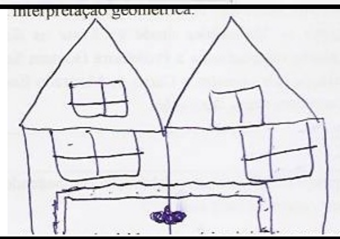
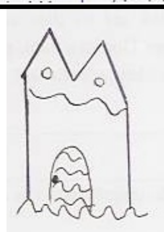
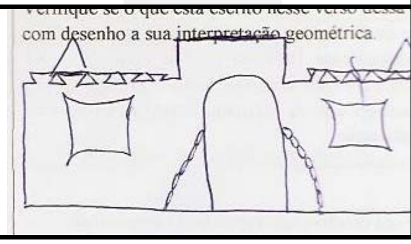
Quadro 37 - Respostas gerais dos alunos do subgrupo A para QI – 2.
Fonte: Autoria própria.

Aluno	Respostas dos alunos para QI – 3∗		Nível de conhecimento
A2	Pré-teste	*Tridimensional deve ser um monte de triângulos. Bidimensional: quadrados e retângulos.*	CP
	Pós-teste	*Tridimensional você pode ver, pode tocar. Bidimensional, você pode ver, mas não pode pegar.*	CS
A3	Pré-teste	*Não.*	DT
	Pós-teste	*Tridimensional: eu imagino que é alguma coisa que se divide ou se multiplica por 3 tri. Bidimensional: é alguma dividida ou multiplicada por 2 bi.*	CP
A4	Pré-teste		NR
	Pós-teste	*Tridimensional (desenhou um polígono de seis lados). Bidimensional (desenhou um polígono de cinco lados).*	DT
A8	Pré-teste	*Eu não sei.*	DT
	Pós-teste	*Eu não sei, mas eu imagino complicado fazê-las.*	DT
A11	Pré-teste	*Não.*	DT
	Pós-teste		NR
A 13	Pré-teste		NR
	Pós-teste	*Tridimensional é três vezes. Bidimensional é 2 vezes multiplicado.*	CP
A16	Pré-teste	*Não sei.*	DT
	Pós-teste	*Eu imagino que é uma figura qualquer.*	DT
A19	Pré-teste	*Não.*	DT
	Pós-teste	*Tridimensional é de 3 e bidimensional é de 2.*	CP
A25	Pré-teste		NR
	Pós-teste	*Pergunta 1: não. Pergunta 2: não.*	DT
A26	Pré-teste	*Não.*	DT
	Pós-teste	*Tridimensional: 3 dimensões, 3 medidas. Bidimensional: 2 dimensões, 2 medidas.*	CS
A30	Pré-teste		NR
	Pós-teste	*Tridimensional: figura que tem três dimensões. Bidimensional: figura que tem duas dimensões.*	CS
A31	Pré-teste		NR
	Pós-teste	*Eu imagino que tridimensional é três dimensões e bidimensional é uma dimensão as duas é diferente.*	CS

∗ Nenhum aluno apresentou, no pré-teste, a qualidade de conhecimento CS.

Quadro 38 - Respostas gerais dos alunos do subgrupo A para QI – 3.
Fonte: Autoria própria.

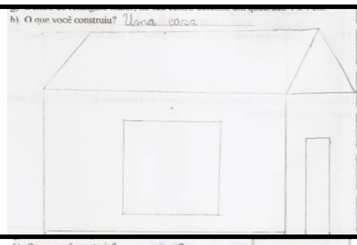
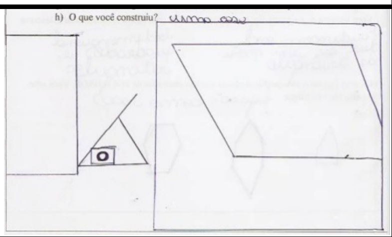
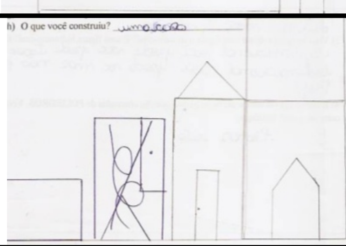
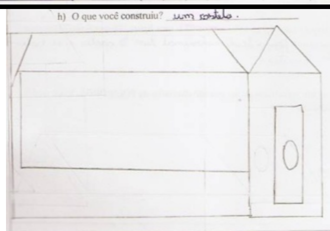
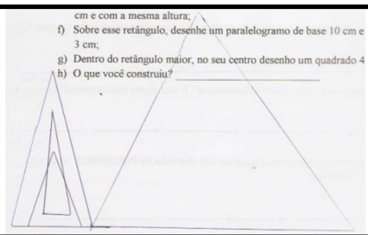
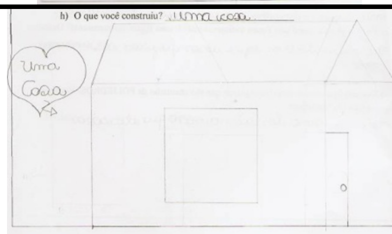
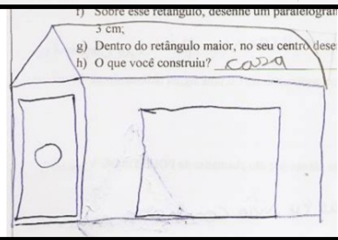
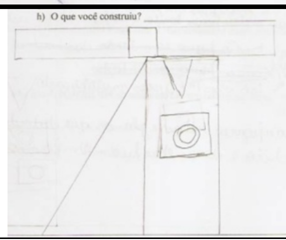
Aluno	**Respostas dos alunos para QII – 1***			
	Pré-teste	**Nível de conhecimento**	**Pós-teste**	**Nível de conhecimento**
A1		NR		CP
A3		NR		CS
A9		NR		CP
A10		CP		CP
A12		CP		NR
A13	*Não sei.*	DT		NR
A16		DT		CS

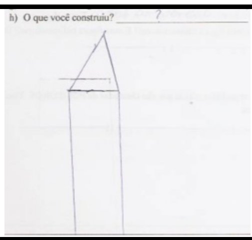
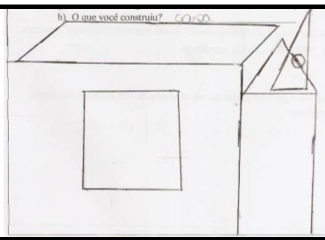
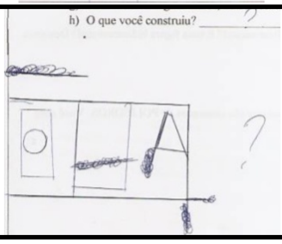
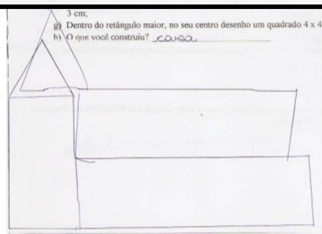
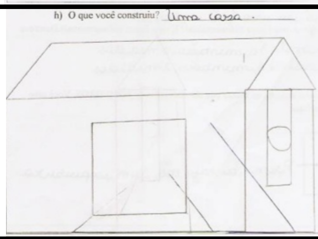
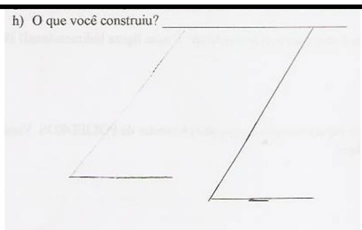
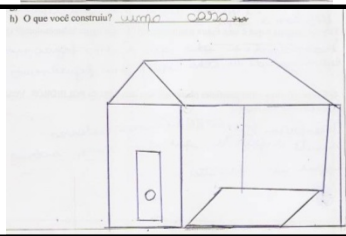
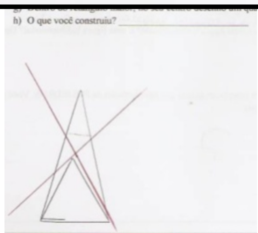
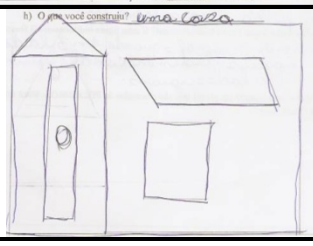
A17		CP		CP
A19		NR		CP
A20		CP		CP
A25		NR		CS
A30		NR		CP

∗ Nenhum aluno apresentou, no pré-teste, a qualidade de conhecimento CS.

Quadro 39 - Respostas gerais dos alunos do subgrupo A para QII – 1.

Fonte: Autoria própria.

Aluno	**Respostas dos alunos para QII – 2**			
	Pré-teste*	**Grau de conhecimento**	**Pós-teste**	**Grau de conhecimento**
A1	*Paralelepípedo.*	DT		CS
A2		CP		CP
A6		NR		CS
A9		CP		CS
A11		NR		CS
A 13	*Não sei.*	DT		CP

A14		CP		CS
A22		CP		CS
A24		NR		CS
A25		NR		CS
A26		DT		CS
A27		DT		CS

∗ Nenhum aluno apresentou, no pré-teste, a qualidade de conhecimento CS.

Quadro 40 - Respostas gerais dos alunos do subgrupo A para QII – 2.

Fonte: Autoria própria.

APÊNDICE B – SUBGRUPO B: CLASSIFICAÇÃO DAS RESPOSTAS DO PRÉ-TESTE E DO PÓS-TESTE

Aluno	Respostas dos alunos para QI – 1		Nível de conhecimento
B1	Pré-teste	*Vem em minha mente que fala em continha. Porque diz geometria. Eu acho que é isto.*	DT
	Pós-teste	*Vem em minha mente que a geometria é desenhos com régua. Porque algumas são usadas réguas para ficar do mesmo tamanho mas não todas.*	CP
B2	Pré-teste	*Geometria vem do cubo, paralelogramo, etc.*	CS
	Pós-teste	*Porque fala sobre medidas e metros.*	CP
B4	Pré-teste		NR
	Pós-teste	*Geometria com régua.*	CP
B5	Pré-teste	*Objetos geométricos, porque geometria significa mexer com coisas geométricas.*	CS
	Pós-teste	*O que vem em minha mente são contas, expressões e equações.*	DT
B9	Pré-teste	*Vem que a palavra geometria deduz como geométrica, porque a própria palavra já diz.*	DT
	Pós-teste	*Geometria faz parte da matemática porque geometria tem vários tipos de figuras.*	CP
B12	Pré-teste	*Divisão, subtração, multiplicação e soma.*	DT
	Pós-teste	*Um triângulo. Para medir o comprimento.*	CS
B14	Pré-teste	*Desenhos porque é a primeira coisa que eu penso.*	CP
	Pós-teste	*Figuras como quadrado, triângulo, etc. Porque a gente mexe com isso na geometria.*	CS
B15	Pré-teste		NR
	Pós-teste	*Matemática. Porque quando falam para mim em geometria eu entendo como medir.*	CP
B17	Pré-teste	*Metro, geo (metria).*	CP
	Pós-teste	*Quadrados círculos retângulos e varias outras formas de geometria.*	CS
B20	Pré-teste		NR
	Pós-teste	*Fala sobre desenhos que tem a mesma largura e o tamanho.*	CP
B22	Pré-teste	*Figuras geométricas porque geometria vem de geométrica.*	CP
	Pós-teste	*Figuras geométricas porque geométrica vem de geometria.*	CP
B26	Pré-teste	*Figuras, cilindro, cone. Porque é isto que a geometria estuda.*	CS
	Pós-teste	*Vem figuras, de diferentes formas.*	CP

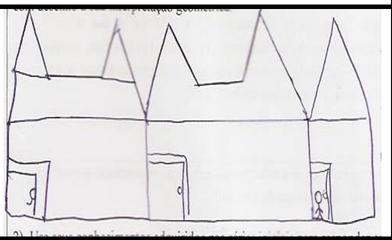
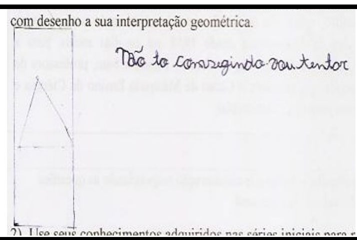
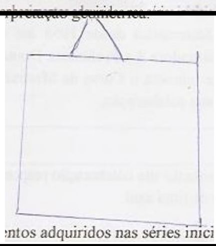
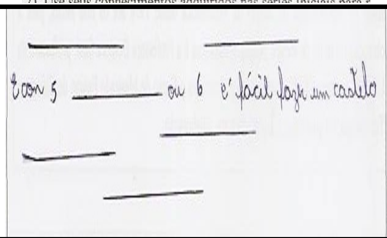
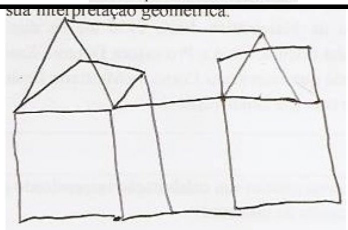
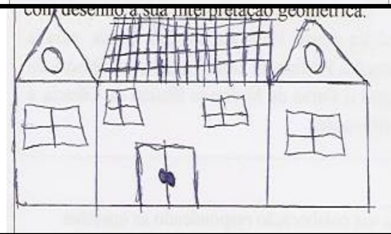
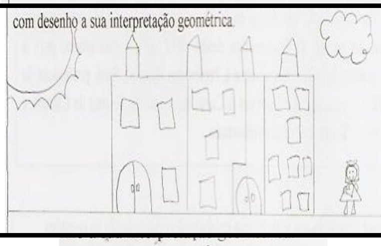
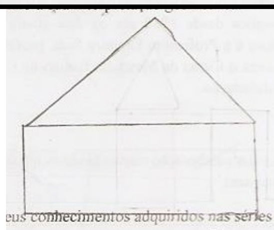
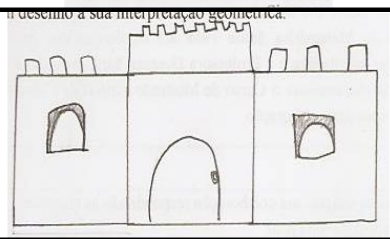
Quadro 41 - Respostas gerais dos alunos do subgrupo B para QI – 1.
Fonte: Autoria própria.

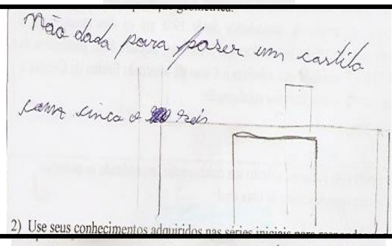
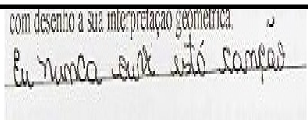
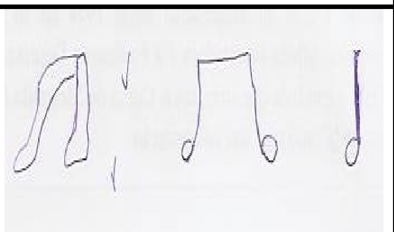
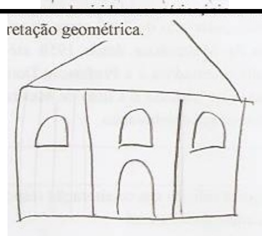
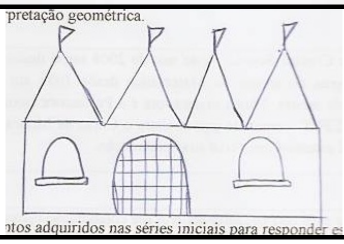
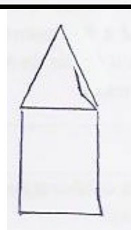
Aluno	Respostas dos alunos para QI – 2		Nível de conhecimento
B4	Pré-teste		NR
	Pós-teste	*Maquete tem que fazer tudo com papelão e é grossa, folha de papel é fina e é para desenhar e prova.*	CP
B5	Pré-teste	*Na maquete, o desenho é tipo vivo. Na folha de papel, é só uma imagem.*	CP
	Pós-teste	*Maquete: o desenho fica com a forma mais elevada que o desenho de papel. Folha de papel: o desenho fica com o aspecto de um molde desenhado (esboço).*	CS
B8	Pré-teste		NR
	Pós-teste	*Em uma maquete fica mais detalhado. E, num desenho no papel fica menos detalhado.*	CP
B14	Pré-teste		NR
	Pós-teste	*É que um a maquete tem figuras sólidas e a outra, nós não podemos pegar, porque são desenhadas.*	CS
B15	Pré-teste	*Sim.*	DT
	Pós-teste	*A maquete é feita de isopor e o desenho quer ficar de pé e na folha não.*	CP
B18	Pré-teste	*Na maquete você usa objetos para usar e na folha você não usa objetos para fazer você só usa lápis de escrever e lápis de cor.*	CP
	Pós-teste		NR
B21	Pré-teste	*Que de papel nós não fazemos a mão livre.*	DT
	Pós-teste	*Vamos supor uma bola na maquete e uma bola de papel na maquete. Nós podemos pegar nela e no papel dá nós pegarmos só na frente ou só atrás.*	CS
B22	Pré-teste	*No papel é um desenho e na maquete é algo montado.*	CP
	Pós-teste	*Em uma folha vemos um desenho e em uma maquete podemos tocar as coisas representadas.*	CS
B24	Pré-teste	*Maquete dá para tocas nas coisas que tem nela. Desenho de papel não, porque não pode pegar o que tem dentro.*	CS
	Pós-teste	*Maquete é diferente do desenho, porque na maquete são personagens que dão para tocar e no desenho não dá para tocar.*	CS
B27	Pré-teste	*A semelhança que nós vamos fazer o desenho.*	CP
	Pós-teste		NR
B30	Pré-teste	*É que eles combinam.*	DT
	Pós-teste	*Vem coisas com régua e com medidas.*	DT
B32	Pré-teste	*A folha maquete tem linhas e é maior e a folha normal não tem linhas e é menor.*	DT
	Pós-teste	*Uma maquete é uma mini-paisagem e um desenho é em uma folha.*	CP

Quadro 42 - Respostas gerais dos alunos do subgrupo B para QI – 2.
Fonte: Autoria própria.

Aluno	Respostas dos alunos para QI – 3		Grau de conhecimento
B2	Pré-teste		NR
	Pós-teste	*Eu imagino que tem três lados iguais.*	CP
B3	Pré-teste		NR
	Pós-teste	*Tridimensional são 3 partes iguais. Bidimensional são duas partes.*	CP
B5	Pré-teste	*Imagino que deve ser uma figura com 3 lados. Uma figura com 4 lados ou mais.*	CP
	Pós-teste	*Bidimensional: uma figura com o duplo de lados de uma figura normal. Tridimensional: uma figura com o triplo de lados de uma figura normal*	CP
B10	Pré-teste	*É uma figura de 3 dimensões. É uma figura de 2 dimensões.*	CS
	Pós-teste	*Tridimensional são 3 dimensões. Bidimensional são duas dimensões*	CS
B17	Pré-teste	*Que tem 3 partes, e 2 partes.*	CP
	Pós-teste	*São 3 figuras e bidimensional são duas figuras.*	DT
B20	Pré-teste		NR
	Pós-teste	*É uma figura que tem o mesmo comprimento.*	DT
B22	Pré-teste	*Que tem 3 dimensões, que tem 2 dimensões.*	CS
	Pós-teste	*Sim, uma figura com três dimensões e bidimensional com duas dimensões.*	CS
B27	Pré-teste		NR
	Pós-teste		NR
B28	Pré-teste	*Porque tridimensional é 3 e bidimensional é 2.*	CP
	Pós-teste		NR
B30	Pré-teste	*É que a tridimensional é uma coisa legal e a bidimensional é uma coisa ruim.*	DT
	Pós-teste	*Não sei explicar.*	DT
B31	Pré-teste	*Não. Também não.*	DT
	Pós-teste	*Não. Também não. Figura tridimensional deve ser algum desenho da geometria que tem 3 pontas. E uma figura bidimensional deve ser um desenho que tem 2 pontas.*	CP
B32	Pré-teste	*Não, não. Uma figura tridimensional é uma figura que pertence de triângulo.*	DT
	Pós-teste	*É uma figura que tem 3 lados. E bidimensional é uma figura que tem 4 lados.*	CP

Quadro 43 - Respostas gerais dos alunos do subgrupo B para QI – 3.
Fonte: Autoria própria.

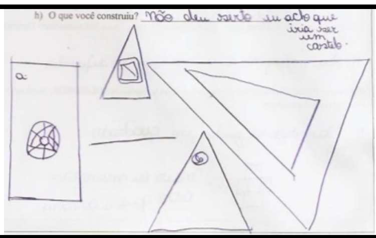
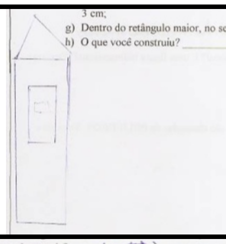
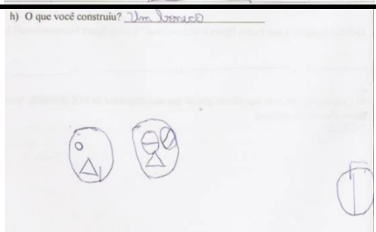
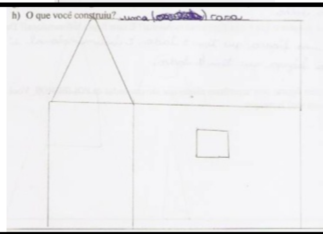
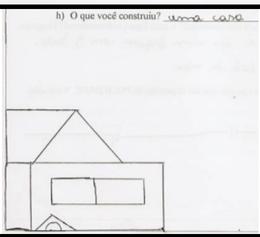
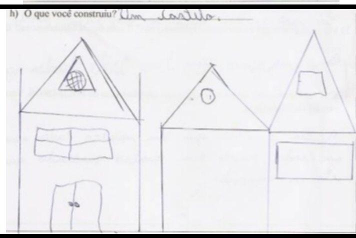
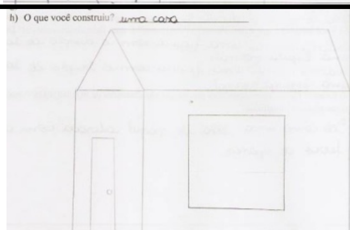
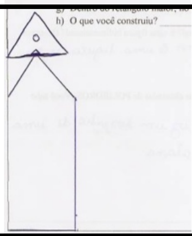
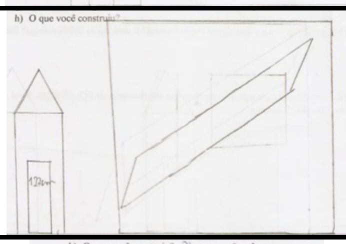
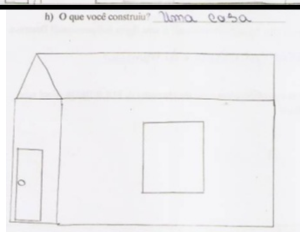
Aluno	Respostas dos alunos para QII – 2			
	Pré-teste	**Nível de conhecimento**	**Pós-teste**	**Nível de conhecimento**
B1		CP		CP
B3		CP		DT
B5		CP		CP
B8		NR		CP
B9		NR		CP
B11		CP		CP

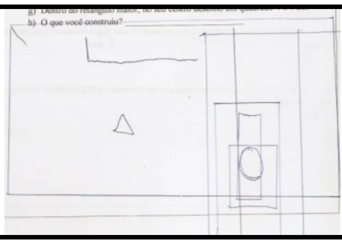
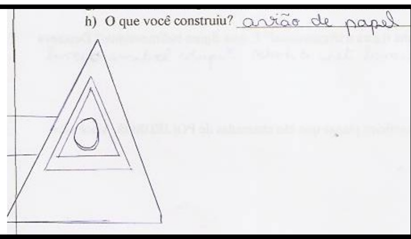
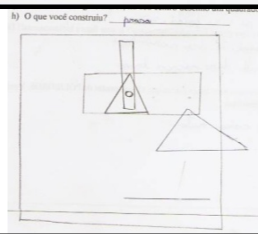
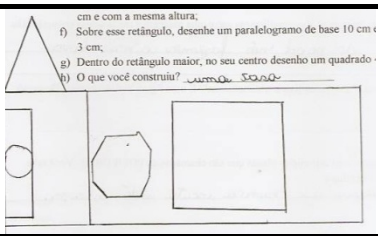
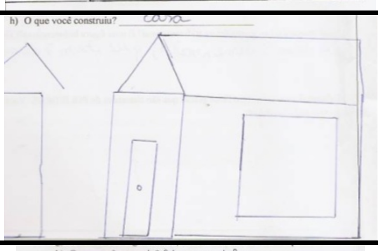
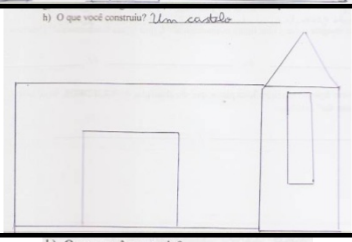
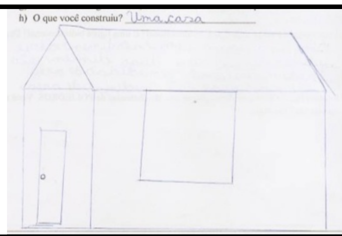
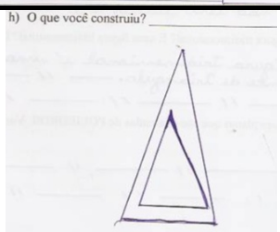
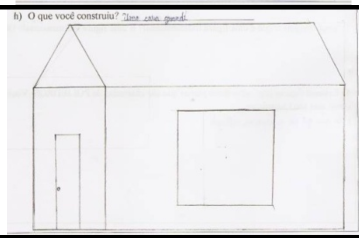
B13		NR		CP
B18		NR		DT
B20		NR		CP
B21		DT		CP
B29		DT		CP
B31		CP		CP

∗ Nenhum aluno apresentou, no pré-teste, a qualidade de conhecimento CS.

Quadro 44 - Respostas gerais dos alunos do subgrupo B para QII – 1.

Fonte: Autoria própria.

Aluno	Respostas dos alunos para QII – 2			
	Pré-teste	**Nível de conhecimento**	**Pós-teste**	**Nível de conhecimento**
B1		DT		CP
B3		CP		CS
B5		NR		CP
B8		CP		CS
B10		CP		CP
B13		NR		CS

B15		DT		DT
B18		NR		DT
B21		CS		NR
B22		CS		NR
B25		CS		CS
B32		DT		CS

∗ Nenhum aluno apresentou, no pré-teste, a qualidade de conhecimento CS.

Quadro 45 - Respostas gerais dos alunos do subgrupo B para QII – 2.
Fonte: Autoria própria.

APÊNDICE C – SUBGRUPO C: CLASSIFICAÇÃO DAS RESPOSTAS DO PRÉ-TESTE E DO PÓS-TESTE

Aluno	**Respostas dos alunos para QI – 1**		**Nível de conhecimento**
C1	Pré-teste	*Que tem que medir as figuras para ver quantos centímetros ela tem e fazer contas.*	CP
	Pós-teste	*Somar os polígonos, os poliedros, etc. Soma os lados de todas as figuras.*	CS
C4	Pré-teste	*Eu vejo que nós usamos bastante as réguas de todo o tipo. Porque nós trabalhamos com quadrados, etc.*	CP
	Pós-teste	*Base e altura porque nós lidamos com forma geométrica.*	CS
C5	Pré-teste	*Formas geométricas. Porque é uma matéria de formas geométricas.*	CP
	Pós-teste		NR
C12	Pré-teste	*Vem figuras geométricas, que precisam ser feitas com atenção, régua e que formam bastantes coisas do dia-a-dia.*	CS
	Pós-teste	*Vem a soma de medidas, o desenho de figuras de lados iguais e diferentes.*	CS
C13	Pré-teste		NR
	Pós-teste	*Vem tipo fazer quadrados, retângulos, usar régua.*	CS
C14	Pré-teste		NR
	Pós-teste	*Vem a palavra medida. Por causa da palavra medidas geométricas.*	CP
C16	Pré-teste	*Vem em minha mente que é legal e bom e isso a gente aprende mais.*	DT
	Pós-teste	*Vem a minha mente que lembramos que geometria é uma figura geométrica com 3 linhas.*	CP
C17	Pré-teste		NR
	Pós-teste	*Metro porque o nome já fala isso geo/metria = metros.*	CP
C19	Pré-teste	*Vem umas formas geométricas tipo o quadrado. Porque, eu acho que a palavra geometria é igual a palavra geométrica.*	CS
	Pós-teste	*Vem figuras geométricas, quadrado, cubo, etc.*	CS
C20	Pré-teste	*Quando vem a palavra geometria eu penso que vou aprender contas.*	DT
	Pós-teste	*Vem na mente uma figura geométrica.*	CP
C27	Pré-teste	*Vem em minha mente quadrados, triângulos retângulos, etc. Porque geometria é isso.*	CS
	Pós-teste	*Quadrado, retângulo, triângulos e também vem a minha cabeça a palavra dimensões porque é isso.*	CS
C33	Pré-teste	*Geometria se fala de geométrica.*	DT
	Pós-teste	*Geometria é soma de todos os lados porque eles identifico as somas.*	CP

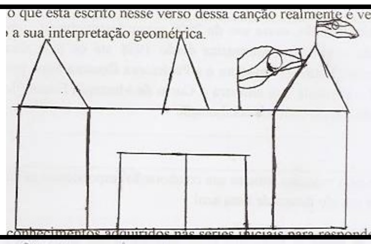
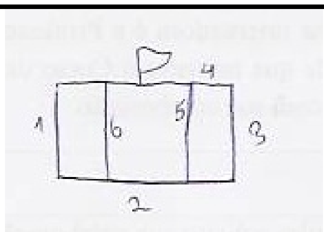
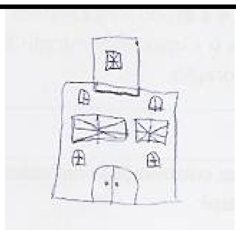
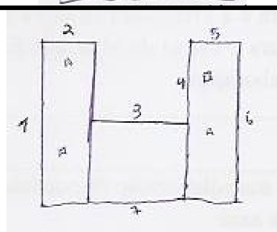
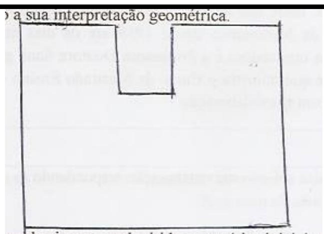
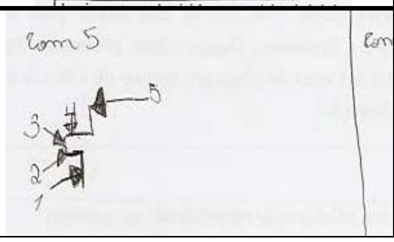
Quadro 46 - Respostas gerais dos alunos do subgrupo C para QI – 1.
Fonte: Autoria própria.

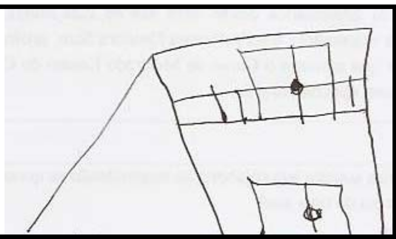
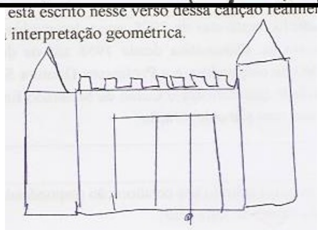
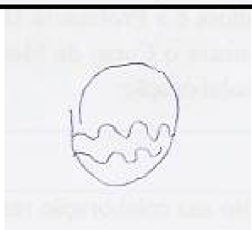
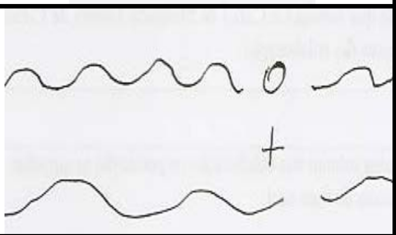
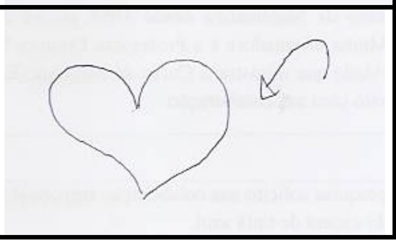
Aluno	Respostas dos alunos para QI – 2		Nível de conhecimento
C2	Pré-teste	*A maquete é como se fosse uma miniatura, que mostra todas as partes de tal coisa. E, no desenho numa folha de papel, não dá para ver muita coisa.*	CP
	Pós-teste		NR
C3	Pré-teste	*Um desenho é com lápis de cor e de escrever, e maquete é com isopor ou outra coisa.*	CP
	Pós-teste	*Porque a maquete pode levar para algum lugar e o desenho não se pode tirar do papel.*	CP
C4	Pré-teste		NR
	Pós-teste	*Porque uma maquete tem base.*	CP
C11	Pré-teste	*Que as duas são feitas de árvores.*	DT
	Pós-teste	*A maquete é um metro maior.*	DT
C18	Pré-teste		NR
	Pós-teste	*Porque maquete tem uma semelhança e o desenho em uma folha de papel é outra coisa.*	DT
C19	Pré-teste	*Porque o desenho no papel a gente não consegue pegar o desenho e a maquete a gente consegue pegar.*	CS
	Pós-teste	*Que a maquete você pode pegar e um desenho na folha de papel você não pode pegar no desenho.*	CS
C20	Pré-teste	*A diferença é que a maquete é feita pelas mãos e o desenho de papel é feito pelas mãos. Mas com lápis de cor.*	DT
	Pós-teste	*Porque a maquete é feita com muitos detalhes e o papel não a gente pega o lápis e desenha qualquer coisa.*	CP
C22	Pré-teste		NR
	Pós-teste	*Há diferença porque a maquete é diferente do que em um papel de desenho.*	DT
C27	Pré-teste	*Semelhanças: os dois são feitos de papel, nos dois usa-se lápis de cor. Diferenças: o desenho é desenhado e a maquete é montada.*	CS
	Pós-teste	*Uma maquete é uma coisa montada que a gente pode pegar, tocar, etc. e um desenho numa folha é uma coisa que só podemos ver.*	CS
C28	Pré-teste	*Porque na maquete você não desenha e no desenho você desenha.*	DT
	Pós-teste		NR
C29	Pré-teste	*Uma maquete é sólida e um desenho é feito no papel.*	CP
	Pós-teste	*Uma maquete pode pegar sentir e em um papel está desenhado e a gente não pode pegar.*	CS
C31	Pré-teste	*Maquete: são desenhos que as pessoas podem pegar.Desenho: a folha só pode vê.*	CS
	Pós-teste	*É que a maquete se desenvolve mais do que um desenho em uma folha de papel.*	CP

Quadro 47 - Respostas gerais dos alunos do subgrupo C para QI – 2.
Fonte: Autoria própria.

Aluno	Respostas dos alunos para QI – 3		Nível de conhecimento
C1	*Pré-teste*		NR
	Pós-teste	*É a figura que tem 3 lados.*	CP
C3	*Pré-teste*	*Tridimensional é uma figura com três lados, e bidimensional é uma figura com 2 lados.*	CP
	Pós-teste	*Bidimensional são duas dimensões e tridimensional são 3 dimensões.*	CS
C5	*Pré-teste*	*Não.*	DT
	Pós-teste	*Tridimensional uma figura que tem 3 dimensões. Bidimensional uma figura que tem duas dimensões.*	CS
C6	*Pré-teste*		NR
	Pós-teste	*Bidimensional: 2 faces; tridimensional: 3 faces.*	CP
C7	*Pré-teste*	*Tridimensional tem três dimensões e bidimensional tem duas dimensões.*	CS
	Pós-teste	*Tridimensional são 3 faces. Bidimensional são duas faces.*	CP
C9	*Pré-teste*	*Eu acho que uma figura tridimensional seja uma figura que tenha 3 dimensões.E bidimensional 2 dimensões.*	CS
	Pós-teste	*Tridimensional, eu não posso pegá-la e ela tem 3 dimensões. Bidimensional, eu posso pega-la e levar a qualquer lugar e ela tem duas dimensões.*	CS
C12	*Pré-teste*	*3 partes tridimensional; 2 partes bidimensional.*	CP
	Pós-teste	*Tridimensional são 3 lados. Bidimensional são dois lados.*	CP
C14	*Pré-teste*		NR
	Pós-teste	*Uma figura tridimensional são 3 dimensões e uma figura Bidimensional são duas dimensões.*	CS
C17	*Pré-teste*		NR
	Pós-teste	*Tridimensional são 3 lados. Bidimensional são dois lados.*	CP
C19	*Pré-teste*		NR
	Pós-teste	*Tridimensional são 3 lados. Bidimensional são dois lados.*	CP
C23	*Pré-teste*	*Não sei o que é tridimensional nem bidimensional.*	DT
	Pós-teste	*Sim eu imagine que seja uma figura com 3 dimensões eu acho que uma figura bidimensional tenha que multiplicar as suas dimensões.*	CP
C25	*Pré-teste*	*Uma figura tridimensional pode ser vista de três ângulos e uma bidimensional pode ser vista de dois ângulos.*	CP
	Pós-teste	*Figura tridimensional pode ser vista de três dimensões. Figura bidimensional pode ser vista de duas dimensões.*	CS

Quadro 48 - Respostas gerais dos alunos do subgrupo C para QI – 3.
Fonte: Autoria própria.

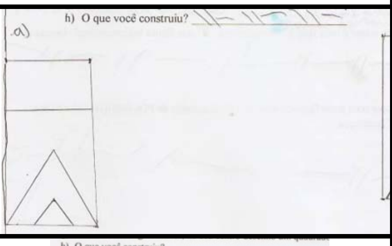
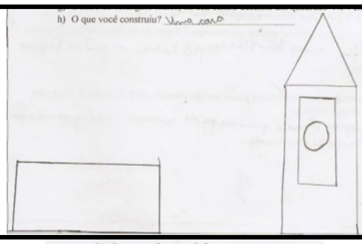
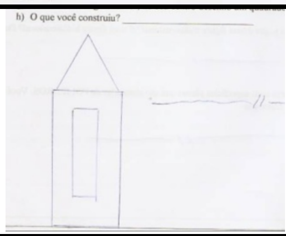
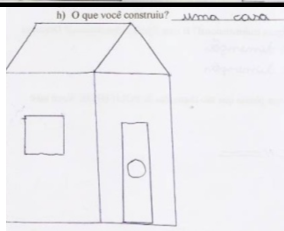
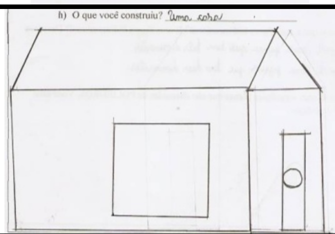
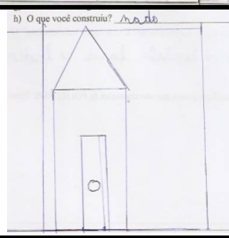
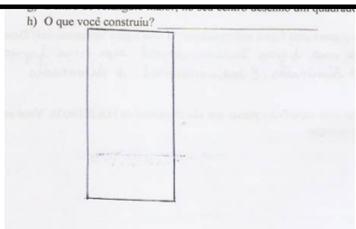
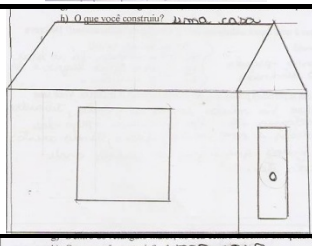
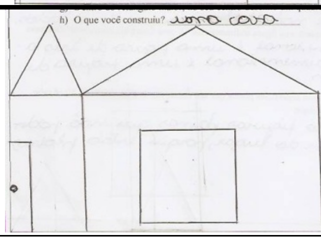
Aluno	Respostas dos alunos para QII – 1∗			
	Pré-teste	**Nível de conhecimento**	**Pós-teste**	**Nível de conhecimento**
C1		NR		CP
C2		CP		DT
C3		NR		CP
C4		CP		CS
C8		NR		NR
C9		CP		CP
C17		DT		NR

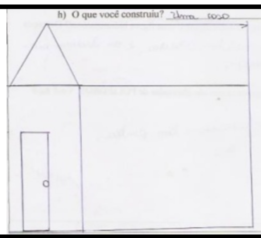
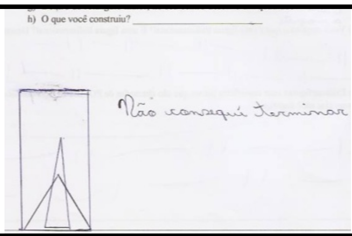
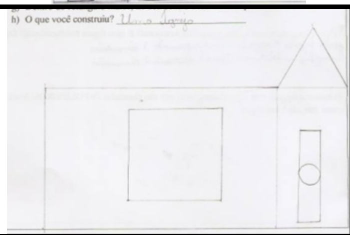
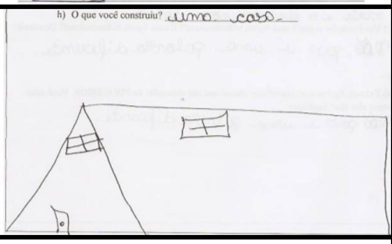
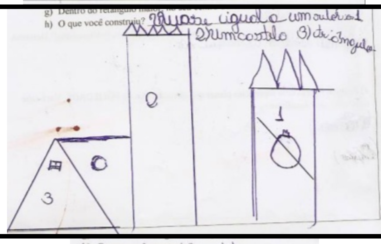
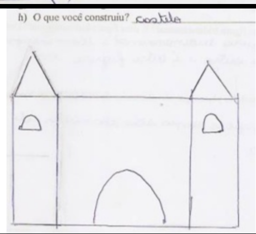
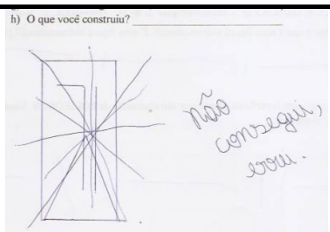
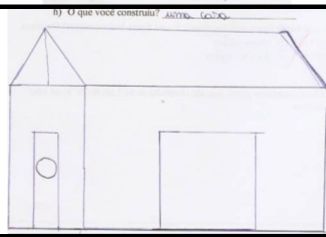
C21		DT		NR
C22		CP		NR
C24		DT		NR
C29		DT		NR
C33		DT		NR

∗ Nenhum aluno apresentou, no pré-teste e no pós-teste, a qualidade de conhecimento CS.

Quadro 49 - Respostas gerais dos alunos do subgrupo C para QII – 1.

Fonte: Autoria própria.

Aluno	**Respostas dos alunos para QII – 2∗**			
	Pré-teste	**Nível de conhecimento**	**Pós-teste**	**Nível de conhecimento**
C1		DT		CP
C4		CP		CS
C5		NR		CS
C7		NR		CP
C9		DT		CS
C10		NR		CP

C12		NR		CS
C14		CP		CS
C21		DT		DT
C22		NR		DT
C27		DT		CS
C33		NR		NR

∗ Nenhum aluno apresentou, no pré-teste, a qualidade de conhecimento CS.

Quadro 50 - Respostas gerais dos alunos do subgrupo C para QII – 2.

Fonte: Autoria própria.

ANEXO A – SUBGRUPO A: QUESTIONÁRIO PRÉ-TESTE

A documentação do **anexo A** se encontra digitalizada, compondo parte do CD-ROM intitulado *MATEMÁTICA ESCOLAR: estratégias metodológicas para o processo de ensino-aprendizagem de Geometria Plana – Anexos.*

ANEXO B – SUBGRUPO A: QUESTIONÁRIO PÓS-TESTE

A documentação do **anexo B** se encontra digitalizada, compondo parte do CD-ROM intitulado *MATEMÁTICA ESCOLAR: estratégias metodológicas para o processo de ensino-aprendizagem de Geometria Plana – Anexos.*

ANEXO C – SUBGRUPO B: QUESTIONÁRIO PRÉ-TESTE

A documentação do **anexo C** se encontra digitalizada, compondo parte do CD-ROM intitulado *MATEMÁTICA ESCOLAR: estratégias metodológicas para o processo de ensino-aprendizagem de Geometria Plana – Anexos.*

ANEXO D – SUBGRUPO B: QUESTIONÁRIO PÓS-TESTE

A documentação do **anexo D** se encontra digitalizada, compondo parte do CD-ROM intitulado *MATEMÁTICA ESCOLAR: estratégias metodológicas para o processo de ensino-aprendizagem de Geometria Plana – Anexos.*

ANEXO E – SUBGRUPO C: QUESTIONÁRIO PRÉ-TESTE

A documentação do **anexo E** se encontra digitalizada, compondo parte do CD-ROM intitulado *MATEMÁTICA ESCOLAR: estratégias metodológicas para o processo de ensino-aprendizagem de Geometria Plana – Anexos.*

ANEXO F – SUBGRUPO C: QUESTIONÁRIO PÓS-TESTE

A documentação do **anexo F** se encontra digitalizada, compondo parte do CD-ROM intitulado *MATEMÁTICA ESCOLAR: estratégias metodológicas para o processo de ensino-aprendizagem de Geometria Plana – Anexos.*

ANEXO G – ÁREA DAS FIGURAS PLANAS: FORMALISMO CLÁSSICO

192 *Matemática — Primeira série ginasial*

EXERCÍCIOS SÔBRE MEDIDAS DE SUPERFÍCIES

1. Escrever sob forma decimal, exprimindo em *dam²* e *dm²*, as seguintes medidas:
   1.º) 5 hm² e 18 dm²; 3.º) 4 km², 35 dam² e 12 cm².
   2.º) 39 m² e 15 mm². 4.º) 56 ha, 8a e 13 ca.

2. Reduzir:
   1.º) 4,32 km² a m²; 3.º) 121,01 cm² a dam².
   2.º) 2534,20 dm² a hm². 4.º) 42 ca a ha.

3. Exprimir, em números decimais de *metros quadrados*, as seguintes medidas:
   1.º) $\frac{3}{4}$ dam²; 2.º) $5\frac{1}{2}$ km²; 3.º) $\frac{7}{8}$ m²; 4.º) $\frac{432}{400}$ hm².

4. Efetuar as seguintes operações, exprimindo os resultados em m²:
   1.º) 42,35 dam² + 0,0181 km² + 4 351 m² + 2,01 hm².
   2.º) 131,25 dam² – 9 835, 10 m².
   3.º) 8 400 km² × 10.
   4.º) 3 525,21 m² + 3,815 hm² × 0,5.
   5.º) 12,30 km² : 300.
   6.º) 1,90 × (3,21 m² – 15,35 dm²).

5. Dizer:
   1.º) Quantos decímetros quadrados existem em um quilômetro quadrado?
   2.º) Um decâmetro quadrado quantos quilômetros quadrados têm?

6. Num país de superfície igual a 8 500 000 km² tem uma população de 51 milhões de habitantes. Qual é a população dêsse país por km²?

7. A superfície de 5 mm² da pele humana contém cêrca de 1 440 000 poros. Quantos poros contém a pele de um homem de mediana estatura, cuja superfície se aproxima de 1,50 m²?

8. Um terreno tem uma superfície de 39,68*a*. A quarta parte dêsse terreno foi vendida à razão de Cr$ 50,00 o m² e o restante a Cr$ 45,00 o m². Qual foi o preço total da venda?

9. Um sítio de área a 10 *ha* de superfície tem $\frac{1}{5}$ dessa área destinada a pomar, $\frac{1}{4}$ para plantar cereais, $\frac{1}{25}$ para horta e a parte restante da área é destinada para a instalação de uma granja. Qual é em m² a área destinada à granja?

10. Um Estado tem uma população de 5 550 000 habitantes e uma média de 50 habitantes por km². Qual é a sua superfície?

Figura 15 – Áreas das figuras planas: Formalismo Clássico (a).
Fonte: SANGIORGI, 1953.

RESPOSTAS:

1. 1.°) 500,0018 dam^2 = 5000018 dm^2;
   2.°) 0,39000015 dam^2 = 3900,0015 dm^2;
   3.°) 40035,000012 dam^2 = 400350000,12 dm^2;
   4.°) 5608,13 dam^2 = 56081300 dm^2.
2. 1.°) 4320000 m^2; 3.°) 0,00012101 dam^2;
   2.°) 0,00253420 hm^2; 4.°) 0,0042 ha.
3. 1.°) 75 m^2; 2.°) 5500000 m^2; 3.°) 0,8750 m^2; 4.°) 10800 m^2.
4. 1.°) 4,6786 hm^2; 4.°) 2,260021 hm^2;
   2.°) 0,328990 hm^2; 5.°) 4,10 hm^2;
   3.°) 840000 hm^2; 6.°) 0,0005807350 hm^2.
5. 1.°) 100000000; 2.°) 0,0001.
6. 6 habitantes.
7. 432×10^9.
8. Cr$ 183 520,00.
9. 51000 m^2.
10. 111000 km^2.

§ 3. Áreas das principais figuras geométricas planas.

1. Retângulo. *A área do retângulo é igual ao produto da base pela altura* (fig. 18).

Área do retângulo = base × altura

Base de um retângulo é qualquer um de seus lados;

Altura de um retângulo é a distância entre a base e o lado oposto.

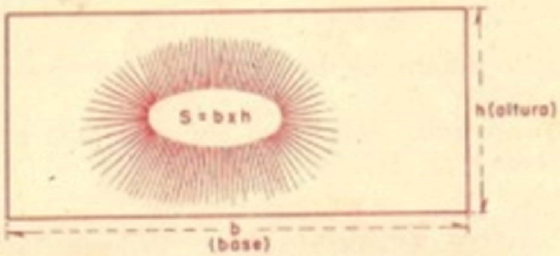


Fig. 18

Figura 16 – Áreas das figuras planas: Formalismo Clássico (b).
Fonte: SANGIORGI, 1953.

194 *Matemática – Primeira série ginasial*

Indicando a base por b; a altura por h e a área por S, temos a seguinte igualdade:

$$\boxed{S = b \times h}$$

denominada *fórmula da área do retângulo.*

APLICAÇÕES:

1) Calcular a área de um retângulo que tem 3,56 dm de base e 22 cm de altura.

Reduzem-se, primeiramente, a base e a altura na mesma unidade de medida, isto é,

base = 3,56 dm
altura = 22 cm = 2,2 dm

Aplicando a fórmula

$$S = b \times h$$

temos:

$$S = 3{,}56 \text{ dm} \times 2{,}2 \text{ dm}$$
$$S = 7{,}8320 \text{ dm}^2$$

2) Um retângulo tem 96 cm² de área. Sabendo-se que a base mede 12 cm, calcular o comprimento da altura.

Como:

$$\begin{array}{ccc} S & = & b \times h \\ \downarrow & & \downarrow \\ 96 \text{ cm}^2 & = & 12 \text{ cm} \times h \end{array}$$

segue-se que a altura h é obtida dividindo-se a área 96 cm² pela base 12 cm, isto é,

$$96 \text{ cm}^2 : 12 \text{ cm} = 8 \text{ cm}$$

Logo: o comprimento da altura é de 8 cm.

2. Quadrado. *A área de um quadrado é igual ao quadrado do lado* (fig. 19).

Área do quadrado = lado × lado

Figura 17 – Áreas das figuras planas: Formalismo Clássico (c).
Fonte: SANGIORGI, 1953.

Sistema legal de unidades de medir 195

No quadrado a *base* é igual a *altura*.

Fórmula:

$$\boxed{S = l^2}$$

Fig. 19

Aplicação:

Calcular a área de um quadrado que tem 15 cm de lado.

Aplicando-se a formula:

$$S = l^2$$

temos: $S = (15\text{ cm})^2 = 225\text{ cm}^2$

3. Paralelogramo. *A área de um paralelogramo é igual ao produto da base pela altura* (fig. 20).

Área do paralelogramo = base × altura

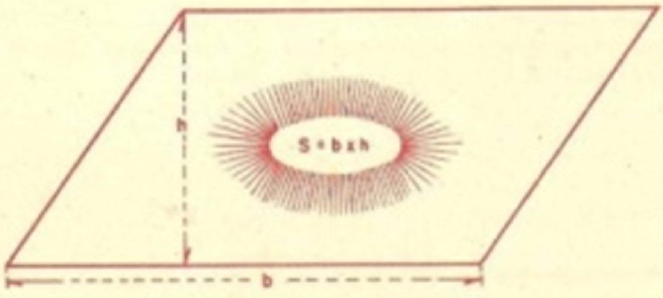


Fig. 20

Fórmula:

$$\boxed{S = b \times h}$$

Figura 18 – Áreas das figuras planas: Formalismo Clássico (d).
Fonte: SANGIORGI, 1953.

4. Triângulo. *A área do triângulo é igual ao semi-produto da base pela altura* (fig. 21).

$$\textit{Área do triângulo} = \frac{\textit{base} \times \textit{altura}}{2}$$

Base de um triângulo é qualquer um de seus lados;

Altura de um triângulo é a distância entre a base e o vértice oposto.

Fórmula:

$$S = \frac{b \times h}{2}$$

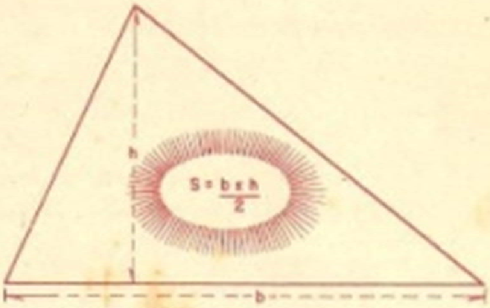


Fig. 21

NOTA:. No caso do *triângulo retângulo*, (fig. 22) um cateto pode ser considerado como base e outro como altura. A área do triângulo retângulo será portanto igual ao *semi-produto dos catetos*.

Fórmula:

$$S = \frac{b \times c}{2}$$

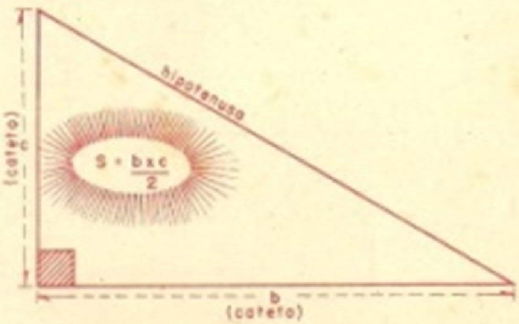


Fig. 22

Figura 19 – Áreas das figuras planas: Formalismo Clássico (e).
Fonte: SANGIORGI, 1953.

5. Trapézio. *A área de um trapézio é igual ao produto da semi-soma das bases pela altura* (fig. 23).

$$\textit{Área do trapézio} = \frac{(\textit{base maior} + \textit{base menor}) \times \textit{altura}}{2}$$

Fórmula:

$$\boxed{S = \frac{b + b'}{2} \times h}$$

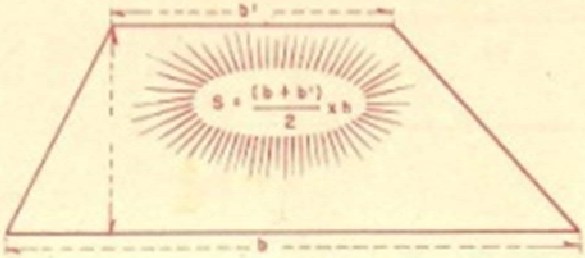


Fig. 23

APLICAÇÃO.

Calcular a área de um trapézio, cujas bases medem, respectivamente 16 cm e 12 cm e a altura 8 cm.

Aplicando-se a fórmula:

$$S = \frac{b + b'}{2} \times h$$

temos:

$$S = \frac{16\text{ cm} + 12\text{ cm}}{2} \times 8\text{ cm}$$

$$S = \frac{28\text{ cm}}{2} \times 8\text{ cm} = 14\text{ cm} \times 8\text{ cm} = 112\text{ cm}^2$$

Figura 20 – Áreas das figuras planas: Formalismo Clássico (f).
Fonte: SANGIORGI, 1953.

6. Losango. *A área do losango é igual ao semi-produto das diagonais* (fig. 24).

$$\textit{Área do losango} = \frac{\textit{diagonal maior} \times \textit{diagonal menor}}{2}$$

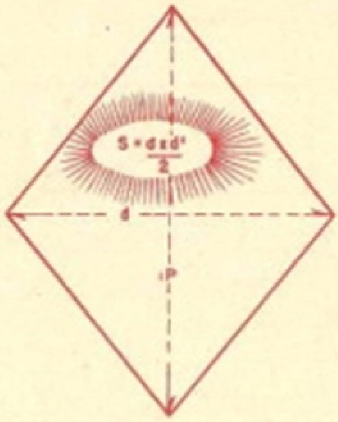


Fig. 24

Indicando as *diagonais* do losango, respectivamente, por d e d'; a fórmula que dá a sua área é:

$$\boxed{S = \frac{d \times d'}{2}}$$

APLICAÇÃO:

As diagonais de um losango são, respectivamente, 14 dm e 6 dm. Determinar a sua área.

Com a fórmula:

$S = \dfrac{d \times d'}{2}$, temos: $S = \dfrac{14 \text{ dm} \times 6 \text{ dm}}{2} = 42 \text{ dm}^2$.

Figura 21 – Áreas das figuras planas: Formalismo Clássico (g).
Fonte: SANGIORGI, 1953.

Sistema legal de unidades de medir 199

7. Área de um polígono qualquer. Determina-se a área de um polígono qualquer decompondo-o em figuras de áreas conhecidas. A soma dessas áreas representa a área do polígono procurado.

APLICAÇÕES:

1.ª) Calcular a área do polígono abaixo (fig. 25).

Êsse polígono pode ser decomposto nas seguintes figuras geometricas de áreas conhecidas:

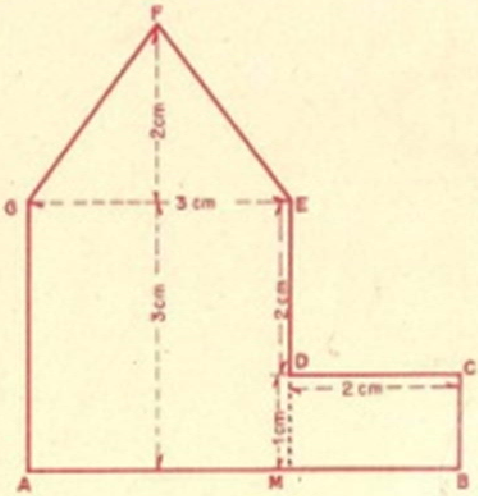


Fig. 25

QUADRADO *AMEG*

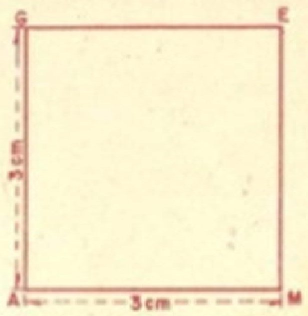


Fig. 26

TRIÂNGULO *FGE*:

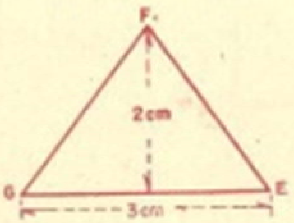


Fig. 27

RETÂNGULO *MBCD*:

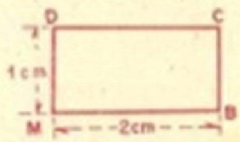


Fig. 28

$S_{\square} = (3\text{ cm})^2 = 9\text{ cm}^2$

$S\triangle = \dfrac{3\text{ cm} \times 2\text{ cm}}{2} = 3\text{ cm}^2$

$S\square = 2\text{ cm} \times 1\text{ cm} = 2\text{ cm}^2$

Área da figura tôda $= 9\text{ cm}^2 + 3\text{ cm}^2 + 2\text{ cm}^2 = 14\text{ cm}^2$

Figura 22 – Áreas das figuras planas: Formalismo Clássico (h).
Fonte: SANGIORGI, 1953.

ANEXO H – ÁREA DAS FIGURAS PLANAS: FORMALISMO MODERNO

ÁREAS **245**

46. 2,5 km^2 **47.** 92 dam^2 **48.** 6,6 hm^2

Transformar em **hectares:**

49. 720.000 *a* **50.** 18 km^2 **51.** 14.500 m^2

52. 4.000.000 m^2 **53.** 230 hm^2 **54.** 104,2 dam^2

Determinar o valor das seguintes expressões na unidade indicada:

55. $8\ hm^2 + 1{,}5\ dam^2$, em m^2

56. $4{,}5\ km^2 + 2\ hm^2$, em m^2.

57. $6\ dm^2 + 25\ m^2 + 4.200\ cm^2$, em m^2

58. $35\ a + 1{,}8\ ha$, em m^2.

59. $1{,}2\ km^2 + 7.500\ m^2$, em *a*.

60. $25\ km^2 + 8\ dam^2$, em *a*.

61. $1.300\ mm^2 \cdot 122$, em cm^2.

62. $35{,}5\ ha \cdot 900$, em km^2.

ÁREAS DE FIGURAS PLANAS

3. ÁREA

A medida de uma superfície chama-se **área** da superfície.

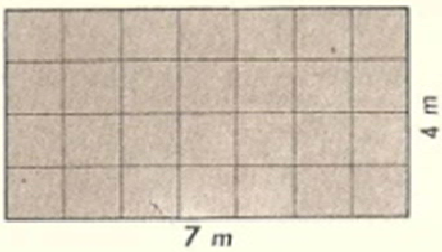
Assim, por exemplo, a *área* da superfície da Terra é 510.000.000 km^2, aproximadamente.

Na prática, a área das superfícies não se mede diretamente, mas *calcula-se* por meio de **fórmulas** próprias, algumas das quais veremos a seguir.

Área do retângulo

Já vimos como se pode **medir a superfície** de um retângulo dividindo-o em quadrados.

Assim, por exemplo, a superfície de um retângulo de 7*m* de comprimento por 4 *m* de largura pode ser dividida em 28 quadrados de 1 *m* de lado, isto é, a **área do retângulo** é 28 m^2.



Observemos que a *área* de um retângulo pode ser obtida diretamente, sem fazer a figura, **multiplicando entre si as medidas dos lados do retângulo,** desde que expressas na mesma unidade de medida.

Figura 23 – Áreas das figuras planas: Formalismo Moderno (a).
Fonte: BÓSCOLO e CASTRUCCI, 1971.

246 CAPÍTULO 17

Exemplos:

a área do retângulo acima é $4 \cdot 7 = 28\ m^2$;

a área do retângulo cujos lados medem 3 *cm* e 12 *cm* é $3 \cdot 12 = 36\ cm^2$.

De modo geral, se os lados medem, com a mesma unidade de medida, **b** e **a**, a área do retângulo é dada pela **fórmula:**

$$A_R = b \cdot a$$

Como os lados do retângulo são denominados *comprimento* e *largura* ou *base* e *altura*, pode-se escrever também:

$$A_R = \text{med. comprimento} \cdot \text{med. largura}$$

ou

$$A_R = \text{med. base} \cdot \text{med. altura}$$

Exemplo:

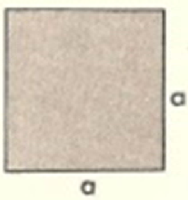
Calcular a área de um retângulo cujo comprimento mede 8 *m* e cuja largura mede 25 *cm*.

Temos: $A_R = b \cdot a$; $8m = 800cm$ $\therefore$ $A_R = 25 \cdot 800 = 20.000\ cm^2 = 2\ m^2$

Área do quadrado

O **quadrado** é um *retângulo de lados congruentes,* isto é, de medidas iguais.

Portanto, a sua área é dada pela mesma fórmula, onde agora $\mathbf{a} = \mathbf{b}$:



$A_Q = a \cdot a$ ou $A_Q = a^2$

Exemplo:

Calcular a área do quadrado cujo lado mede 25 *cm*.

Temos: $A_Q = a \cdot a$ $\therefore$ $A_Q = 25 \cdot 25 = 625\ cm^2$

Figura 24– Áreas das figuras planas: Formalismo Moderno (b).
Fonte: BÓSCOLO e CASTRUCCI, 1971.

Área do paralelogramo

Consideremos um paralelogramo qualquer desenhado sôbre uma fôlha de papel e destacado da fôlha por meio de um corte ao longo dos lados (fig. 1).

Por meio de um nôvo corte ao longo da **altura**, destaquemos o triângulo T e coloquemos êsse triângulo justaposto à direita da parte restante de modo a formar o retângulo da fig. 2.

Fig. 1

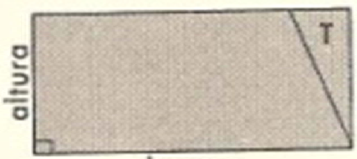


Fig. 2

Como se vê, a **superfície** colorida *não sofreu alteração*, mas o paralelogramo ficou transformado num retângulo de *mesma base e mesma altura*, cuja área sabemos calcular. Portanto,

$$A_P = A_R$$

Se **b** fôr a medida da base e a a medida da altura do paralelogramo e, portanto, do retângulo também, teremos:

$$\boxed{A_P = b \cdot a}$$

Exemplo:

Calcular a área de um paralelogramo sabendo que a base mede 2 *dam* e a altura, 8 *dm*.

Temos: $A_P = b \cdot a$; $2\ dam = 20\ m$; $8\ dm = 0{,}8\ m$

$\therefore A_P = 20 \cdot 0{,}8 = 16\ m^2$

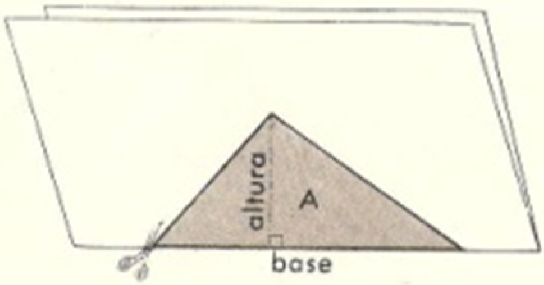
Área do triângulo

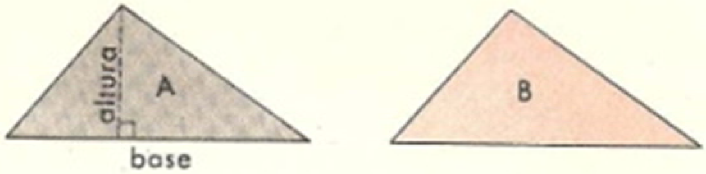
Consideremos um triângulo qualquer, A, desenhado sôbre uma fôlha de papel. Depois de dobrada a fôlha sôbre si mesma em tôrno da reta que contém a base, demos um corte ao longo dos lados do

Figura 25 – Áreas das figuras planas: Formalismo Moderno (c).
Fonte: BÓSCOLO e CASTRUCCI, 1971.

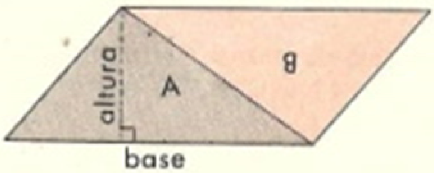
248 CAPÍTULO 17

triângulo de modo a destacar os triângulos **A** e **B**, conforme mostram as figuras abaixo:





A seguir, justapondo oportunamente o triângulo **B** ao triângulo **A**, formemos o paralelogramo da figura seguinte:



Como se vê, a superfície do paralelogramo obtido é o *dôbro* da superfície do triângulo **A**, *de mesma base e mesma altura*, e, portanto, A_T é a metade de A_P, isto é:

$$A_T = \frac{1}{2} A_P$$

Se **b** fôr a medida da base e **a** a medida da altura do triângulo e, portanto, do paralelogramo também, teremos:

$$\boxed{A_T = \frac{b \cdot a}{2}}$$

Figura 26 – Áreas das figuras planas: Formalismo Moderno (d).
Fonte: BÓSCOLO e CASTRUCCI, 1971.

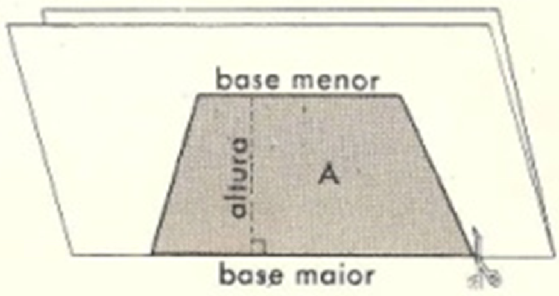
Exemplo:

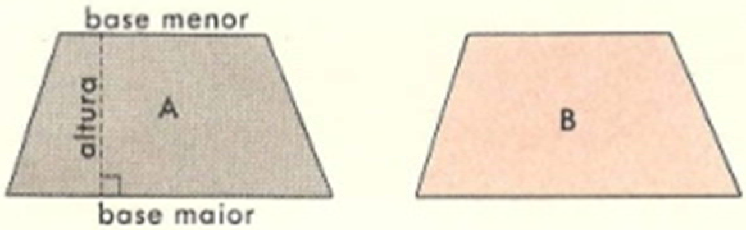
Calcular a área de um triângulo cuja base mede 0,35 *hm* e cuja altura mede 90 *m*.

Temos: $A_T = \frac{b \cdot a}{2}$; $0{,}35\ hm = 35\ m$ $\therefore$ $A_T = \frac{35 \cdot 90}{2} =$ $= 1.575\ m^2$.

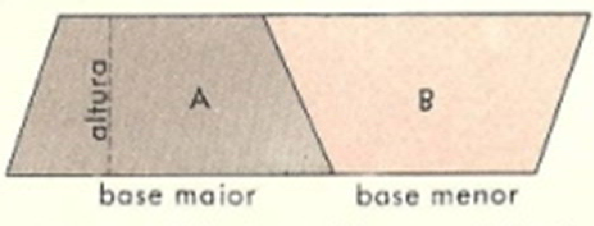
Área do trapézio

Da mesma forma que fizemos para o triângulo, recortemos os trapézios A e B (figuras abaixo):





A seguir, justapondo oportunamente o trapézio B ao trapézio A, formemos o paralelogramo da figura seguinte:



Como se vê, a superfície do paralelogramo obtido é o dôbro da superfície do trapézio A, de *mesma altura*, e, portanto, $A_T = \frac{1}{2} A_P$.

Figura 27 – Áreas das figuras planas: Formalismo Moderno (e).
Fonte: BÓSCOLO e CASTRUCCI, 1971.

250 CAPÍTULO 17

Se **b** e **b′** forem as medidas das bases e **a** a medida da altura do trapézio, como a base do paralelogramo mede **(b + b′)**, temos:

$$A_Z = \frac{(b + b').a}{2}$$

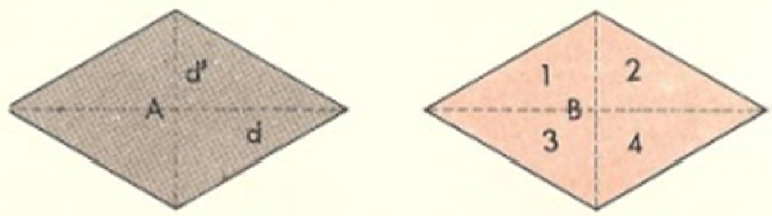
Exemplo:

Calcular a área de um trapézio cujas bases medem 8 *m* e 12 *m* e a altura mede 5 *m*.

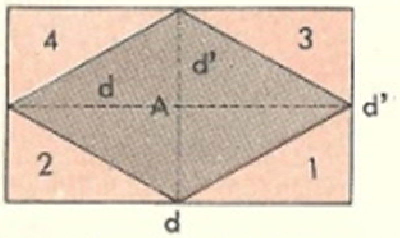
Temos: $A_z = \frac{(b + b').a}{2} \quad \therefore \; A_z = \frac{(8 + 12).5}{2} = 50\, m^2$.

Área do losango

Da mesma forma que fizemos para o triângulo e para o trapézio, recortemos os losangos **A** e **B** (figuras abaixo):



A seguir, por meio de novos cortes ao longo das diagonais, dividamos o losango **B** nos triângulos 1, 2, 3, e 4 e coloquemos êsses triângulos justapostos ao losango **A** de modo a formar o retângulo da figura seguinte:



Se **d** fôr a medida da diagonal maior e **d′** a medida da diagonal menor, vê-se logo que **d** é também a medida da base e **d′** a medida da altura do retângulo obtido.

Figura 28 – Áreas das figuras planas: Formalismo Moderno (f).
Fonte: BÓSCOLO e CASTRUCCI, 1971.

ÁREAS 251

Por outro lado, vê-se também que a superfície do retângulo obtido é o *dôbro* da superfície do losango A e, portanto, $A_L = \frac{1}{2} A_R$ e, como $A_R = d \cdot d'$, segue-se:

$$\boxed{A_L = \frac{d \cdot d'}{2}}$$

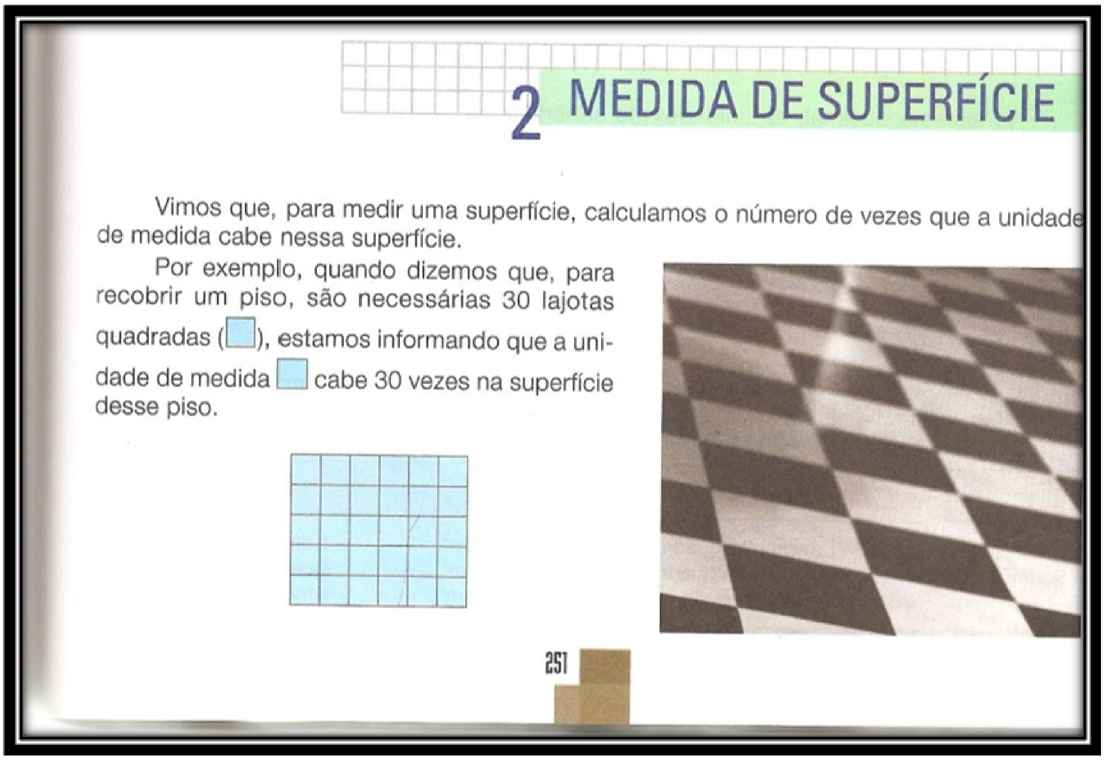
Exemplo:

Um losango tem diagonais de 21 *cm* e 70 *mm*. Qual é a sua área?

Temos: $A_L = \frac{d \cdot d'}{2}$; 70 *mm* = 7 *cm* $\therefore$ $A_L = \frac{21 \cdot 7}{2} =$ $= 73{,}5\ cm^2$.

Figura 29 – Áreas das figuras planas: Formalismo Moderno (g).
Fonte: BÓSCOLO e CASTRUCCI, 1971.

ANEXO I – ÁREA DAS FIGURAS PLANAS: RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS



2 MEDIDA DE SUPERFÍCIE

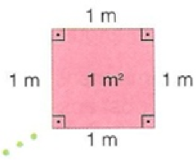
Vimos que, para medir uma superfície, calculamos o número de vezes que a unidade de medida cabe nessa superfície.

Por exemplo, quando dizemos que, para recobrir um piso, são necessárias 30 lajotas quadradas ( ), estamos informando que a unidade de medida cabe 30 vezes na superfície desse piso.

251

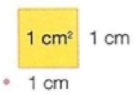
Figura 30 – Áreas das figuras planas: Resolução de Problemas (a).
Fonte: BONJORNO, BONJORNO e OLIVARES, 2006.

Vimos, também, que a unidade de base para medir superfícies é o **metro quadrado** (m^2).



Um metro quadrado ($1\ m^2$) é a área de um quadrado com 1 m de lado.
$1\ m \cdot 1\ m = 1\ m^2$

Assim, 1 centímetro quadrado (cm^2) é a área de um quadrado de 1 centímetro de lado.



Um centímetro quadrado ($1\ cm^2$) é a área de um quadrado com 1 cm de lado.
$1\ cm \cdot 1\ cm = 1\ cm^2$

Do mesmo modo, 1 decímetro quadrado (dm^2) é a área de um quadrado com 1 decímetro (dm) de lado. Como 1 dm = 10 cm:

$$\boxed{1\ dm^2 = 1\ dm \cdot 1\ dm = 10\ cm \cdot 10\ cm = 100\ cm^2}$$

Observe que $1\ cm^2$ cabe 100 vezes em $1\ dm^2$, ou:

$$\boxed{1\ dm^2 = 100\ cm^2}$$

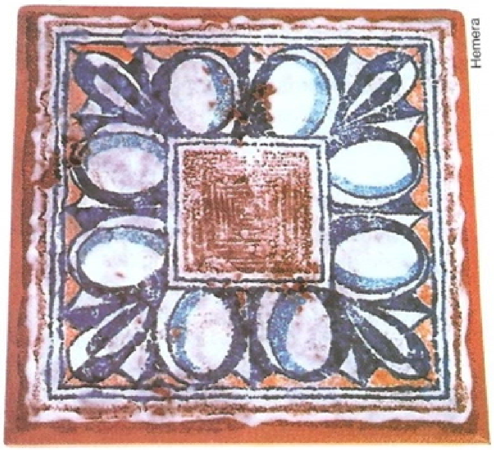
No sistema decimal, as unidades de superfície se relacionam de forma análoga às unidades de comprimento: cada unidade de superfície é igual a 100 vezes a unidade imediatamente menor e é igual a $\frac{1}{100}$ da unidade imediatamente maior. Veja a tabela de múltiplos e submúltiplos do metro quadrado:

	Unidade	Símbolo	Valor
Múltiplos	quilômetro quadrado hectômetro quadrado decâmetro quadrado	km^2 hm^2 dam^2	$1\ km^2 = 1\,000\,000\ m^2$ $1\ hm^2 = 10\,000\ m^2$ $1\ dam^2 = 100\ m^2$
Unidade de base	metro quadrado	m^2	
Submúltiplos	decímetro quadrado centímetro quadrado milímetro quadrado	dm^2 cm^2 mm^2	$1\ dm^2 = 0,01\ m^2$ $1\ cm^2 = 0,0001\ m^2$ $1\ mm^2 = 0,000001\ m^2$

252

Figura 31 – Áreas das figuras planas: Resolução de Problemas (b).
Fonte: BONJORNO, BONJORNO e OLIVARES, 2006.

Os múltiplos são usados para medir grandes superfícies, como a área de um país.



Os submúltiplos servem para medir pequenas superfícies, como a área de um azulejo.

Muitas vezes, os dados de um problema matemático são apresentados em diferentes unidades de medida. Para resolvê-lo, precisamos então converter todas as medidas para uma única unidade. Tendo em vista que cada unidade de superfície é 100 vezes maior que a unidade imediatamente inferior, a transformação de unidades de superfície segue esta regra prática:

De uma unidade para a unidade imediatamente maior, dividimos por 100.

$$km^2 \underset{\times 100}{\overset{:100}{\rightleftarrows}} hm^2 \underset{\times 100}{\overset{:100}{\rightleftarrows}} dam^2 \underset{\times 100}{\overset{:100}{\rightleftarrows}} m^2 \underset{\times 100}{\overset{:100}{\rightleftarrows}} dm^2 \underset{\times 100}{\overset{:100}{\rightleftarrows}} cm^2 \underset{\times 100}{\overset{:100}{\rightleftarrows}} mm^2$$

De uma unidade para a unidade imediatamente menor, multiplicamos por 100.

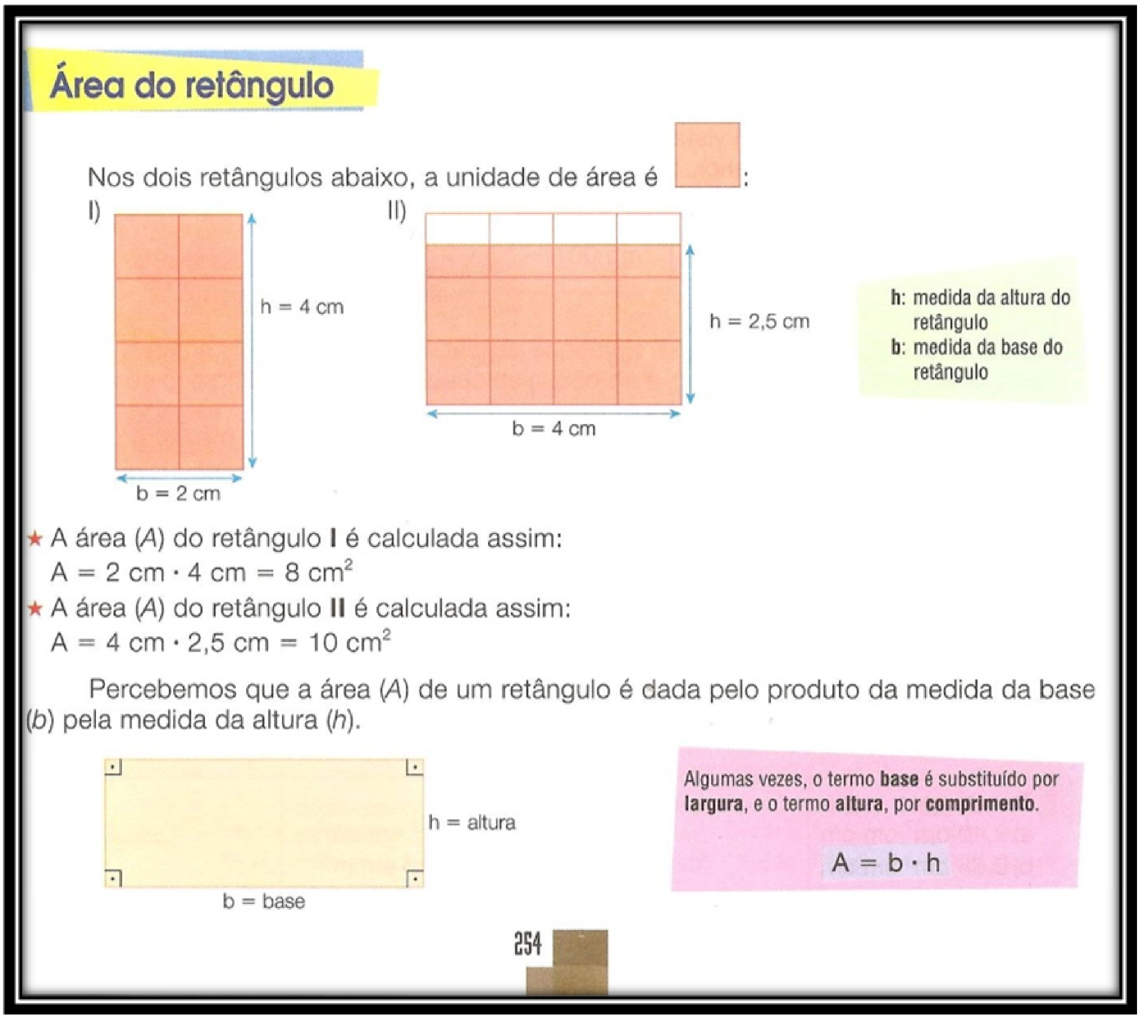
Atividades

1 Transforme:

a) 2,40 dm^2 em cm^2 240 cm^2
b) 0,65 dm^2 em cm^2 65 cm^2
c) 672 cm^2 em dm^2 6,72 dm^2
d) 3,15 m^2 em dm^2 315 dm^2
e) 738 dm^2 em m^2 7,38 m^2
f) 500 mm^2 em cm^2 5 cm^2

253

Figura 32 – Áreas das figuras planas: Resolução de Problemas (c).
Fonte: BONJORNO, BONJORNO e OLIVARES, 2006.



Área do retângulo

Nos dois retângulos abaixo, a unidade de área é :

I) h = 4 cm; b = 2 cm

II) h = 2,5 cm; b = 4 cm

h: medida da altura do retângulo
b: medida da base do retângulo

★ A área (*A*) do retângulo **I** é calculada assim:
$A = 2\text{ cm} \cdot 4\text{ cm} = 8\text{ cm}^2$
★ A área (*A*) do retângulo **II** é calculada assim:
$A = 4\text{ cm} \cdot 2{,}5\text{ cm} = 10\text{ cm}^2$

Percebemos que a área (*A*) de um retângulo é dada pelo produto da medida da base (*b*) pela medida da altura (*h*).

h = altura
b = base

Algumas vezes, o termo **base** é substituído por **largura**, e o termo **altura**, por **comprimento**.

$A = b \cdot h$

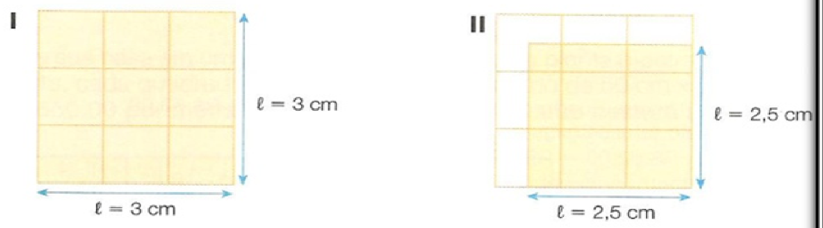
254

Figura 33 – Áreas das figuras planas: Resolução de Problemas (d).
Fonte: BONJORNO, BONJORNO e OLIVARES, 2006.

Área do quadrado

Ainda trabalhando com a mesma unidade de área ▭, vamos considerar o seguinte quadrado:

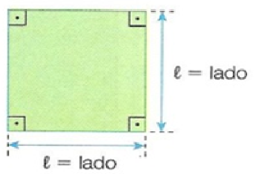
ℓ: medida do lado do quadrado



A área (A) do quadrado **I** é dada por: $A = 3 \text{ cm} \cdot 3 \text{ cm} = 9 \text{ cm}^2$.

A área (A) do quadrado **II** é dada por: $A = 2{,}5 \text{ cm} \cdot 2{,}5 \text{ cm} = 6{,}25 \text{ cm}^2$.

Portanto, a área de um quadrado é dada pelo produto da medida do lado (ℓ) por ela mesma.



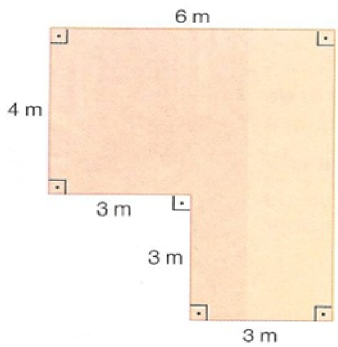
$A = \ell \cdot \ell = \ell^2$

Atividade resolvida

A figura representa o piso da sala de uma casa.

a) Qual é a área dessa sala?

b) Quantos reais serão gastos para cobrir esse piso com madeira, se o metro quadrado de madeira colocada custa R$ 52,00?



255

Figura 34 – Áreas das figuras planas: Resolução de Problemas (e).
Fonte: BONJORNO, BONJORNO e OLIVARES, 2006.