UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA

MESTRADO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA

RUDOLPH DOS SANTOS GOMES PEREIRA

O AJUSTE DE FUNÇÕES À LUZ DA MODELAGEM MATEMÁTICA

DISSERTAÇAO

PONTA GROSSA

2011

RUDOLPH DOS SANTOS GOMES PEREIRA

O AJUSTE DE FUNÇÕES À LUZ DA MODELAGEM MATEMÁTICA

Dissertação apresentada como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Tecnologia, do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Tecnologia, Área de Concentração: Ciência, Tecnologia e Ensino, da Diretoria de Pesquisa e Pós-Graduação, do Campus Ponta Grossa, da UTFPR.

Orientador: Prof. Dr. Guataçara dos Santos Junior

PONTA GROSSA

2011

Ficha catalográfica elaborada pelo Departamento de Biblioteca
da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Campus Ponta Grossa
n.18 /11

P436 Pereira, Rudolph dos Santos Gomes

O ajuste de funções à luz da modelagem matemática. / Rudolph dos Santos Gomes Pereira. -- Ponta Grossa: [s.n.], 2011.
92 f. : il. ; 30 cm.

Orientador: Prof. Dr. Guataçara dos Santos Junior

Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciência e Tecnologia) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Campus Ponta Grossa. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Tecnologia. Ponta Grossa, 2011.

1. Educação matemática. 2. Modelagem matemática. Ajuste de funções. I. Santos Junior, Guataçara dos. II. Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Campus Ponta Grossa. III. Título.

CDD 507

Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Campus de Ponta Grossa
Diretoria de Pesquisa e Pós-Graduação
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA

TERMO DE APROVAÇÃO

Título de Dissertação Nº 24/2011

O ENSINO DE AJUSTE DE FUNÇÕES À LUZ DA MODELAGEM MATEMÁTICA

por

Rudolph dos Santos Gomes Pereira

Esta dissertação foi apresentada às **14 horas** de **24 de fevereiro de 2011** como requisito parcial para a obtenção do título de MESTRE EM ENSINO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA, com área de concentração em Ciência, Tecnologia e Ensino, linha de pesquisa em **Fundamentos e Metodologias para o ensino de Ciências e Matemática**, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Tecnologia. O candidato foi argüido pela Banca Examinadora composta pelos professores abaixo assinados. Após deliberação, a Banca Examinadora considerou o trabalho aprovado.

Profª. Drª. Maria Salett Biembengut Hein
(FURB)

Profª. Drª. Nilceia Aparecida Maciel Pinheiro
(UTFPR)

Profª. Drª. Sani de Carvalho Rutz da Silva
(UTFPR)

Prof. Dr. Guataçara dos Santos Junior
(UTFPR) - Orientador

Visto do Coordenador:

Prof. Dr. Guataçara dos Santos Junior
Coordenador do PPGECT

A minha mãe, **Maria Madalena**, que sempre me apoiou e me deu carinho e amor nos momentos difíceis, entendendo meus momentos de ausência por motivo de estudo e me ensinando sempre a nunca desistir dos próprios sonhos.

A minha família, minhas tias **Sebastiana** e **Pedrina**, minha irmã **Fernanda** e minha prima **Flávia**, pelo companheirismo e amor de todas as horas.

Se não fosse pelo carinho, dedicação e apoio de vocês este trabalho não estaria concluído e como forma de retribuir tudo o que fizeram por mim, divido esta conquista com vocês.

AGRADECIMENTOS

À Deus, razão de minha existência, pela vida, sabedoria e coragem.

Agradeço a todos os que contribuíram para a realização desta dissertação, pois sem suas palavras de incentivo nada seria possível.

À meu orientador Dr. Guataçara dos Santos Junior, pelas sugestões, críticas, pela paciência e amizade dispensadas durante a construção deste trabalho.

À minha família pela paciência, compreensão e incentivo.

Às professoras Maria Salett Biembengut Hein, Nilcéia Aparecida Maciel Pinheiro e Sani de Carvalho Rutz da Silva,

pelas relevantes sugestões apresentadas na construção deste trabalho.

Ao colegiado de Matemática e aos alunos do 4º ano do Curso de Licenciatura em Matemática do ano de 2010 da Universidade Estadual do Norte do Paraná queparticiparam deste trabalho, pelas discussões realizadas e amizades construídas.

Aos colegas Paulino e Marlize pelos grupos de trabalho e pela companhia nas cansativas viagens e aos professores do curso de Mestrado.

Ao grande professor, amigo, e pai Benedito Fernandes Torrês (*in memorian*), que me incentivou, a seguir seus passos na busca pelo conhecimento e enquanto professor.

Por mais que tenha boa vontade, pouca ou nenhuma chance terá um sujeito de obter sucesso, se as condições objetivas do contexto lhe forem radicalmente adversas, o que não desmerece a ousadia de alguns na busca da transformação. (TORRÊS, Benedito Fernandes, 1999).

RESUMO

PEREIRA, Rudolph dos Santos Gomes. **O ajuste de funções à luz da Modelagem Matemática**. 2011. 92 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciência e Tecnologia) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Tecnologia, Universidade Federal de Educação Tecnológica do Paraná. Ponta Grossa, 2011.

No presente trabalho analisa-se a Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem de ajuste de funções onde apresento atividades de Modelagem Matemática desenvolvida na disciplina de Introdução à Modelagem Matemática, com alunos formandos do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual do Norte do Paraná – Campus de Cornélio Procópio na intenção de utilizar a Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem de Matemática de acordo com as tendências propostas pela Educação Matemática. A pesquisa realizada é aplicada e qualitativa de cunho interpretativo. A coleta dos dados para a pesquisa foi realizada durante atividades na UTFPR-PG e realizada em sala de aula na UENP-CP, por meio de atividade extra-matematica. A atividade desenvolvida envolveu análise de problemas sociais, o trabalho em grupo e a troca de informações entre alunos e professor na busca da solução destes problemas utilizando conceitos matemáticos por meio da Modelagem Matemática. No decorrer da aplicação do projeto pode-se perceber a interação dos alunos com os demais e com os problemas sugeridos para atividade. No final das atividades percebeu-se que os alunos contextualizam os conteúdos matemáticos em situações cotidianas, o diálogo discente/discente e docente/discente colabora na interpretação e entendimento de determinados conceitos na determinação do modelo de calibração do equipamento o que os permite aprender de Matemática de forma prática e prazerosa, o que demonstra que a Modelagem Matemática é uma estratégia de ensino e aprendizagem que pode contribuir para o aprendizado de Matemática. Ao final desta pesquisa, apresenta-se um caderno pedagógico com o desenvolvimento de um projeto extra-matemático para o ensino e aprendizagem de ajuste de funções.

Palavras-chave: Educação Matemática. Modelagem Matemática. Ajuste de funções.

ABSTRACT

PEREIRA, Rudolph dos Santos Gomes. **The adjustment function in the light of Mathematical Modelling**. 2011. 92 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciência e Tecnologia) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Tecnologia, Universidade Federal de Educação Tecnológica do Paraná. Ponta Grossa, 2011.

In this paper we analyze the mathematical modeling as a teaching strategy and learning adjustment functions where present mathematical modeling activities developed in the course Introduction to Mathematical Modelling, with graduating students of the Bachelor of Mathematics from the State University of Northern Parana - Campus Cornelio Procopio on intention to use mathematical modeling as a strategy for teaching and learning of mathematics in accordance with the trends proposed by the Mathematics Education. The research is applied and qualitative interpretative nature. Data collection for the survey was conducted during the UTFPR-PG activities and held in a classroom in UENP-CP, through extra-mathematical activity. The activity undertaken involved the analysis of social problems, group work and exchange of information between students and teacher in search of solution of these problems using mathematical concepts through mathematical modeling. During the implementation of the project we can see the students' interaction with others and with the problems suggested for the activity. At the end of the activities it was felt that students contextualize the mathematical content in everyday situations, dialogue, student / student and student / teacher collaboration in the interpretation and understanding of certain concepts in determining the model for calibration of equipment which allows them to learn mathematics a practical and enjoyable, which shows that mathematical modeling is a strategy for teaching and learning that can contribute to the learning of mathematics. Upon completion of this research, presents an educational booklet with the development of an extra-mathematical design for teaching and learning functions adjustment.

Keywords: Mathematics Education. Mathematical Modeling. Adjustment functions.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Etapas sugeridas para realizar um processo de Modelagem Matemática 28

Figura 2 - Ciclo de Modelagem sob uma perspectiva cognitiva 31

Figura 3 - Relação das Medidas padrão x Pontos.....60

Figura 4 – Medidas padrão x Erro das medidas.....64

Figura 5 – Medidas padrão x Erro médio 66

Figura 6 - Função das Medidas padrão x Erro médio 67

LISTA DE QUADROS

Quadro 1- Medidas padrão e dados observados no modelo matemático 68

Quadro 2- Comparação das medidas padrão na aplicação do modelo matemático 69

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

INMETRO	Instituto Nacional de Metrologia, Normatização e Qualidade Industrial
UENP-CP	Universidade Estadual do Norte do Paraná – Campus Cornélio Procópio
UTFPR-CP	Universidade Tecnológica Federal do Paraná – Campus Cornélio Procópio
UTFPR-PG	Universidade Tecnológica Federal do Paraná – Campus Ponta Grossa

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO 13
1.1 PROBLEMA DE PESQUISA 14
1.2 OBJETIVOS DA PESQUISA 16
1.2.1 Objetivo Geral 16
1.2.2 Objetivos Específicos 16
2 EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E A MODELAGEM MATEMÁTICA 18
2.1 O ENSINO E A APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA 18
2.2 A FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA 21
2.3 ASPECTOS HISTÓRICOS 22
2.4 MODELAGEM MATEMÁTICA E MODELO MATEMÁTICO 24
2.5 O PROCESSO DE MODELAGEM MATEMÁTICA 25
2.5.1 Como Implementar a Modelagem Matemática em Sala de Aula 30
2.6 MODELAGEM MATEMÁTICA NA PERSPECTIVA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA 34
2.6.1 Como Implementar a Modelagem Matemática em Sala de Aula 36
2.6.2 Argumentos Relativos a Implementação da Modelagem Matemática em Sala de Aula 39
3 METODOLOGIA DA PESQUISA 43
3.1 OS SUJEITOS DA PESQUISA 45
3.2 A COLETA DOS DADOS 46
3.3 A SEQUÊNCIA PARA A ATIVIDADE 46
4 PROPOSTA PARA APLICAÇÃO DA MODELAGEM MATEMÁTICA 49
4.1 A CONDUÇÃO DAS ANÁLISES 49
4.2 A UTILIZAÇÃO DOS *SOFTWARES* 50
4.3 A ATIVIDADE DE MODELAGEM MATEMÁTICA DESENVOLVIDA 52
4.3.1 Como Surgiu A Atividade De Calibração Do Micrômetro? 52
4.3.2 Desenvolvimento Da Atividade Em Sala De Aula 54
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS 71
REFERÊNCIAS 75
APÊNDICE A - TERMO DE CONSENTIMENTO 79
APÊNDICE B – DADOS DO MICRÔMETRO 25_14 81
DADOS DO MICRÔMETRO 25_14 82
APÊNDICE C – DADOS DO MICRÔMETRO 25_5 83
DADOS DO MICRÔMETRO 25_5 84
APÊNDICE D – DADOS DO MICRÔMETRO 25_13 85

APÊNDICE E – IMAGEM DO MICRÔMETRO.....87
APÊNDICE F – IMAGEM DA CAIXA DE BLOCO PADRÃO 89
APÊNDICE G – FOTOS DA APLICAÇÃO DA ATIVIDADE.....91

1 INTRODUÇÃO

O presente trabalho foi elaborado dando continuidade a idéia iniciada no curso de especialização *lato-sensu*, quando foi apresentado a utilização da Modelagem Matemática no âmbito da Educação Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem de Matemática. Embora o trabalho realizado na ocasião fosse restrito a aplicação de uma situação problema para utilização de ajustes de curvas no curso de Licenciatura em Matemática, possibilitou-me retomá-lo no curso de mestrado, com o meu problema de pesquisa, onde analiso as contribuições desta como estratégia de ensino na formação inicial de professores de Matemática.

O conhecimento adquirido por mim em cursos, palestras, mini-cursos, leituras sobre o pensamento e o comportamento dos professores quando do contato com a Modelagem Matemática e suas conseqüências teórico-práticas e estratégias, orientou-me a buscar ações para formação de professores de Matemática e sobre a Modelagem Matemática como estratégia de ensino de Matemática de modelos matemáticos.

Com toda a presença da Matemática no cotidiano das pessoas, parece-me que ainda se tenha dificuldades de contextualizar o ensino para os alunos e assim comprometendo a aprendizagem da disciplina.

É possível verificar situações que utilizam o conhecimento matemático, seja em situações simples como o cálculo de determinada área para pintura ou em outras menos simples, como o cálculo de irrigação utilizado por agrônomos. Assim, a Modelagem Matemática pode ser utilizada para traduzir problemas da vida real para linguagem matemática e então resolvê-los e interpretar soluções de acordo com a realidade.

No entanto, de acordo com o discurso de alguns professores isto pode ocorrer pelo fato de que “os alunos não estudam”, “eles tem dificuldade de aprendizagem” e “não tem interesse pela disciplina”. Já para os alunos parece que “os professores não ensinam”, que na sala de aula “só resolvem as operações

colocadas no quadro e mais nada” e assim vêem a Matemática como uma disciplina sem sentido prático em suas vidas.

Dessa forma, pelo meu contato com professores e alunos do curso de Licenciatura em Matemática e por ser docente da disciplina de Introdução a Modelagem Matemática na formação inicial de professores, surge o interesse em levantar dados, analisá-los e refletir sobre as contribuições da Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem de Matemática na formação inicial de professores de Matemática por meio da aplicação de uma situação-problema advinda do curso de Engenharia Mecânica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Campus de Ponta Grossa.

1.1 PROBLEMA DE PESQUISA

O ensino de Matemática tem sido uma das preocupações ao longo dos últimos anos, principalmente a forma como a disciplina vem sendo ensinada nos diversos níveis de ensino e como o processo de ensino e aprendizagem pouco tem despertado o interesse nos alunos. A freqüente pergunta feita pelos alunos: *para que serve isso?*, *onde usarei isso?*, mostra que a disciplina pode estar sendo trabalhada de maneira descontextualizada, ou seja, de forma desconexa da realidade em que vivem. Alguns professores preferem responder: *você perceberá a importância disso quando estiver na universidade* ou que *será útil no vestibular* e outros que ficam desmotivados por não terem resposta aos alunos.

Os fatos mencionados acima podem ser reflexo dos métodos tradicionais de ensino onde os alunos têm que memorizar tabelas, regras, algoritmos e fórmulas para resolução de problemas, que podem ser procedimentos comuns na prática de diversos professores. Práticas estas que podem desfavorecer e desestimular a construção de significados nos alunos.

Segundo Burak (1992) a preocupação com o “cumprimento do programa” na maioria das escolas faz que os alunos tornem-se uma etapa secundária no processo

de ensino e aprendizagem e assim os professsores desperdiçam a oportunidade de proporcionar aos alunos um aprendizado mais significativo.

De acordo com o exposto anteriormente, pode-se dizer que as crenças dos professores em relação ao ensino e aprendizagem de Matemática, as concepções dos alunos sobre a Matemática e como ela deve ser aprendida são fatores determinantes no processo de ensino e aprendizagem. Assim, Barbosa (1999, p.68) enfatiza:

> [...] não é possível afirmar quais experiências são determinantes nas concepções dos professores. São as próprias experiências e a maneira como os significados são construídos e estruturados os indicadores dos campos de experiências que são ou podem ser mais preponderantes para o indivíduo.

Diante dos argumentos acima a respeito do ensino e aprendizagem de Matemática é que direcionamos esse trabalho para uma tendência da Educação Matemática que tem sido amplamente utilizada: a Modelagem Matemática. Eventos nacionais têm mostrado as diversas pesquisas desenvolvidas que podem contribuir para o processo de ensino e aprendizagem. Estas pesquisas abordam a utilização da Modelagem Matemática em sala de aula, a Modelagem Matemática na formação de inicial e continuada de professores, os aspectos epistemológicos da Modelagem Matemática, o uso de tecnologia de informação e comunicação na Modelagem Matemática, a Modelagem Matemática e o currículo entre outras.

Em virtude destas possibilidades de aplicação é que a questão norteadora desta pesquisa foi elaborada a partir de leituras e da própria prática docente da Modelagem Matemática, é: *“De que maneira a Modelagem Matemática, como estratégia de ensino e aprendizagem pode contribuir, na visão dos futuros professores de Matemática, para a aplicação da Matemática em sua sala de aula ?”*

Sendo assim, este trabalho apresentará concepções sobre Educação Matemática e a utilização da Modelagem Matemática na formação inicial de professores como estratégia de ensino e aprendizagem de Matemática na intenção de demonstrar o potencial da Modelagem Matemática e a aplicabilidade da matemática em problemas cotidianos.

1.2 OBJETIVOS DA PESQUISA

1.2.1 Objetivo Geral

Demonstrar as contribuições da Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem de ajustes de funções aos futuros professores de Matemática.

Nesta pesquisa, não se tem a intenção de discutir os currículos dos cursos de licenciatura em Matemática. Pretende-se enaltecer a Modelagem Matemática na prática dos professores como estratégia de ensino e aprendizagem de Matemática procurando tornar as aulas mais contextualizadas, aplicadas e criativas, dando sentido à Matemática ensinada ao aluno em sala de aula e possibilitando a estes o desenvolvimento crítico do raciocínio, da criatividade e outras habilidades demonstrando a utilização da Matemática em suas vidas. Portanto, para alcançar o objetivo geral exposto acima, são delineados a seguir os objetivos específicos.

1.2.2 Objetivos Específicos

Assim estabelecemos os seguintes objetivos específicos:

- Apresentar a Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem aos alunos de um curso de licenciatura em Matemática;
- Motivar no futuro professor de Matemática a prática crítica e reflexiva em suas atividades didáticas e pedagógicas;
- Exercitar o espírito cooperativo por meio das interações docente/discente e discente/discente;
- Exemplificar atividades matemáticas contextualizadas, em outras áreas do conhecimento, aos futuros professores;

- Analisar se os resultados obtidos na atividade prática, proposta para contextualizar o ensino, contribui para uma melhora da aprendizagem do conteúdo ajuste de funções;
- Elaborar um caderno pedagógico buscando facilitar o acesso do professor a utilização da modelagem matemática em sala de aula.

Os objetivos têm a intenção de auxiliar o professor em sua prática docente, pois acredita-se que desta maneira este possa formar cidadãos para um mundo melhor e que tenham potencial crítico, reflexivo e modificador do mundo a sua volta.

Este trabalho realizado com os alunos formandos do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual do Norte do Paraná, Campus Cornélio Procópio, está constituído de cinco capítulos, conforme descrição.

No primeiro capítulo, apresenta-se a origem e as preocupações referentes ao ensino de Matemática que direcionou a problemática da pesquisa e descreve-se a problemática e os objetivos que direcionaram a pesquisa na tentativa de responder a pergunta de partida.

No segundo capítulo são apresentadas algumas considerações sobre a Educação Matemática e o ensino e a aprendizagem de Matemática bem como os resultados de avaliações oficiais e faz-se uma abordagem sob algumas idéias da Modelagem Matemática e sua utilização como estratégia de ensino e aprendizagem na perspectiva de alguns autores.

Já no decorrer terceiro capítulo é apresentada a metodologia por meio da qual se desenvolveu a pesquisa de acordo com a indicação das etapas de desenvolvimento da estratégia da Modelagem Matemática, e no quarto capítulo será relatada a aplicação da Modelagem Matemática em determinada situação e recortes sobre o desenvolvimento da atividade realizada pelos alunos durante a atividade com suas respectivas análises e no quinto e último capítulo, as considerações finais.

2 EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E A MODELAGEM MATEMÁTICA

A Educação Matemática nos últimos anos têm sido discutida em eventos nacionais e internacionais na intenção de discutir e trocar experiências sobre as pesquisas que envolvam questões sobre o ensino e aprendizagem de Matemática nos mais diversos níveis. Estes trabalhos são publicados e apresentados nestes eventos com o objetivo de socializar e discutir aspectos que possam contribuir no processo de ensino e aprendizagem da disciplina de Matemática, fazendo com que esta não seja considerada como desconexa da realidade das pessoas.

Neste sentido apresentam-se alguns dados sobre o ensino e a aprendizagem em Matemática e as possibilidades do uso de tendências da educação matemática. Em seguida faz-se um breve relato sobre a formação de professores de Matemática e currículos que privem pela socialização e aplicação dos conteúdos matemáticos. Também apresenta-se os aspectos históricos da Modelagem Matemática no Brasil e no mundo. Na sequência faz-se a distinção entre modelo e modelo matemático e o que se entende por Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem de Matemática que é o objeto de análise desta pesquisa.

2.1 O ENSINO E A APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA

O ensino de Matemática tem sido motivo de preocupação para alunos, pais e professores principalmente pelo baixo rendimento escolar. Testes oficiais como a Prova Brasil, o Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (Saeb), Exame Nacional do Ensino Médio (Enem) e em especial o Exame Nacional de Desempenho de Estudante (Enade) que esta diretamente relacionado com os sujeitos desta pesquisa, mostra por meio de seus resultados que o ensino de Matemática necessita de modificações que venham contribuir para a melhora do processo de ensino e aprendizagem dessa disciplina.

Estes resultados sugestionam que podem existir distorções no processo de ensino e aprendizagem de Matemática que precisam ser identificados e solucionados. Para Bassanezi (2002) uma das causas do baixo rendimento pode ser resultado da forma como a disciplina vem sendo ensinada, ou seja, desinteressante, obsoleta e inútil.

De acordo com Niss (1992), “Se a Matemática é tão importante na sociedade parece natural que no ensino da Matemática se mostre o porquê e como”, assim, a Matemática ensinada em sala de aula poderá ter significado mais prático em suas vidas. Porém, o descontentamento também pode ser visto nos professores que reclamam de currículos muito extensos, abstratos e com pouca flexibilidade o que impossibilita aos professores motivar os alunos para a aprendizagem dos conteúdos.

O ensino de forma descontextualizada e sem inter-relações com as demais áreas do conhecimento pode causar lacunas na formação do aluno e assim impedi-lo de visualizar e aplicar os conhecimentos adquiridos em sala de aula em sua vida prática. Dessa forma, deve-se buscar um ensino que possibilite o desenvolvimento de habilidades como o raciocínio lógico, crítico e a investigação de fenômenos na aquisição do conhecimento.

> A busca por um ensino mais significativo, que venha de encontro dos anseios não só dos alunos, mas também dos profissionais da educação, é um desafio a todos os educadores que acreditam ser vital o desenvolvimento de um espírito investigativo e crítico na construção do conhecimento. (LEITE, 2008, p. 116).

No processo educacional é sugestionado que os professores repensem a sua forma de ensinar, não mais com a idéia de transmitir conteúdos e sim em como relacionar estes com seus objetivos e a utilização de estratégias de ensino e aprendizagem que incentivem a investigação e o prazer da descoberta no aluno.

> Uma grande descoberta resolve um grande problema, mas há sempre uma pitada de descoberta na resolução de qualquer problema. O problema pode ser modesto, mas se ele desafiar a curiosidade e puser em jogo as faculdades inventivas, quem o resolver por seus próprios meios, experimentará a tensão e gozará de um triunfo da descoberta. Experiências tais, numa idade susceptíveis, poderão gozar o gosto pelo trabalho mental e deixar, por toda vida, a sua marca na mente e no caráter. (POLYA, 1995, p. V).

Dessa forma, sugere-se que cabe ao professor assegurar que o mais importante no processo de ensino e aprendizagem é a valorização global da realidade com base no que é construído e não no que é transmitido ao aluno. Para que isso ocorra o professor poderá realizar tal processo e construir seu conhecimento sob a realidade na qual está inserido, pois ainda com base em Polya (1995), o professor não pode relatar a experiência da descoberta, se ele próprio não a adquiriu.

Toda essa realidade se modificará a medida que os professores repensarem em suas concepções quanto ao processo de ensino e aprendizagem pois são estes os responsáveis para transmissão do conhecimento matemático aos alunos. Portanto, para que ocorram tais mudanças é necessário demonstrá-las na formação inicial do professor para que o futuro professor possa conhecer outras formas práticas de se ensinar a Matemática.

Atualmente, é possível verificar que no processo de ensino e aprendizagem, as ações pedagógicas têm sido mais valorizadas do que os conteúdos matemáticos e principalmente nos curso de formação de professores, o que se comprova pelas pesquisas em Educação Matemática e que reforçam a argumentação inicial deste capítulo.

Na formação inicial de professores, verifica-se a adequação do Projeto Político Pedagógico (PPP) dos cursos de licenciatura em Matemática com disciplinas que abordem as tendências em educação matemática. Pois, as tendencias possibilitam que os futuros professores possam construir, organizar e realizar atividades em sua prática docente. Cita-se como exemplo as disciplinas de Tecnologias de Informação e Comunicação, de Etnomatemática, de Investigação Matemática, de Resolução de Problemas, de História da Matemática e de Modelagem Matemática.

A inserção destas tendências educacionais de matemática na formação de professores mostra a busca de um ensino que privilegie o desenvolvimento social por meio da socialização e aplicação dos conteúdos matemáticos no cotidiano dos alunos por meio do conhecimento matemático, segundo Bicudo (1987, p.42) a Educação Matemática com visão crítica

> [...] desafia os estudantes fornecendo experiências de aprendizagem, fazendo com que professores e alunos sejam criadores e investigadores e superem o medo da Matemática. Tendência esta que se desenvolve através das pesquisas, interpretações e discussões que, gerando debates e trazendo experiências vivenciadas no cotidiano oferecem condições de interpretar e mostrar as conclusões através da Modelagem Matemática - definida como a arte de expressar, através da linguagem matemática, situações-problema do meio.

O uso destas estratégias no processo de ensino e aprendizagem pode fazer com que os resultados acerca do ensino de Matemática, que têm se mostrado preocupante diante das práticas atuais, apresente uma melhora, pois, em particular, a Modelagem Matemática, além de contextualizar a Matemática, possibilita aos participantes à pesquisar o tema, desenvolve a percepção, o raciocínio, a habilidade de matematizar situações reais, analisar os dados e interpretá-los na busca pela solução do problema.

2.2 A FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA

A formação de professores de matemática pode requerer algumas reflexões sobre como melhorar o processo de ensino e aprendizagem de matemática visando a Educação Matemática num aspecto mais amplo. Segundo Ponte (1992) a matemática é um assunto que possui várias concepções. Tais concepções possuem natureza cognitiva e são indispensáveis para estruturar o sentido que se dá às coisas. Assim, cada pessoa possui sua concepção quanto ao ensino e aprendizagem de matemática.

De acordo com Carneiro (2000) a partir de 1990 a formação de professores de matemática inicia uma fase de renovação e inovação. Fase na qual um dos aspectos elencado pela autora é a reavaliação de conteúdos e metodologias que juntamente com os demais aspectos contribui para intuir o *“educador-matemático”.* Essa idéia de formação de professor de matemática traz a Educação Matemática como local de ruptura de conceitos estabelecidos e gerador de inovações.

É possível perceber que alguns currículos de cursos de licenciatura em matemática como a Universidade Estadual de Londrina, Universidade Tecnológica

Federal do Paraná (campus Cornélio Procópio), Universidade Estadual do Norte Paraná (campus Cornélio Procópio), Universidade Estadual de Ponta Grossa e a Universidade Estadual do Centro Oeste, possuem disciplinas específicas que abordam as tendências educacionais em matemática na busca pela ruptura do método tradicional do ensino de matemática. Disciplinas como resolução de problemas, modelagem matemática, história da matemática, laboratório de matemática e outras disciplinas práticas que introduzem os alunos no contexto escolar na qual os mesmos já têm contato com o futuro ambiente de trabalho.

Assim, sugere-se que as disciplinas específicas de conhecimento matemático como Álgebra Linear, Funções de uma ou mais variáveis real, Calculo Diferencial e Integral entre outras, sejam conduzidas, quando possível, de forma conjunta as disciplinas da área de Educação Matemática. Dessa forma, o futuro professor poderá associar o conhecimento matemático às novas tendências educacionais em matemática, levando para sua sala de aula contextualizações acerca do conteúdo a ser ensinado.

Diante dos aspectos apresentados acima, onde se mostra a necessidade em se contextualizar o ensino de Matemática de maneira a realizar conexões entre as disciplinas específicas da formação de professores com situações do cotidiano das pessoas por meio das tendências educacionais em Matemática. Por este fato, no próximo capítulo a Modelagem Matemática é apresentada como uma tendência da Educação Matemática na tentativa de auxiliar o processo de ensino e a aprendizagem de Matemática.

2.3 ASPECTOS HISTÓRICOS

Pollak (2001) relata que, na literatura mundial, o termo “modelagem matemática” no sentido de criar, aplicar, refinar e validar um modelo matemático foi utilizado há muito tempo. Apesar da dificuldade de se definir em que momento exatamente o termo foi introduzido na Educação Matemática há evidências de que em um primeiro momento, entre os anos de 1958 e 1965 o termo foi utilizado pelo

School Mathematics Study GroupI (SMSG) e posteriormente, entre 1966 até 1970, no 69º anuário da National Society for the Study of Education.

Com base em Pollak (2001), este escreve o sobre as “Aplicações Matemáticas” descrevendo o processo de modelagem matemática sem fazer o uso do termo e no New Trends in Mathematics Teaching IV, baseado nos anais do ICME III, onde possui um capítulo – The Interaction between mathematics and other school subjects onde descreve o processo de construção do modelo e faz um apanhado sobre as aplicações matemática em relação a educação.

Discussões a respeito da Modelagem Matemática e aplicações na Educação Matemática surgem no cenário internacional na década de 1960 com abordagem sobre as aplicações práticas do conhecimento matemático para a ciência e a sociedade e assim alavancou a formação de grupos de pesquisa sobre o tema. Segundo Biembengut (2009), entre os eventos pode-se citar o *Lausanne Symposium*, em 1968 na Suíça e outros dois grupos europeus, o IOWO, na Holanda, liderado por Hans Freudenthall e o outro coordenado por Bernhelm Boos e Mogens Niss, na Dinamarca, onde em 1978, em Roskilde, realizou-se um congresso sobre o tema *Matemática e Realidade* que colaborou para o fortalecimento do Grupo Internacional de Modelagem Matemática e Aplicações – ICTMA em 1983.

Biembengut (2009) relata que os movimentos sobre a Modelagem Matemática com aplicações na educação despertaram o interesse de pesquisadores, quase que em paralelo, no Brasil. No final da década de 1970, o movimento pela modelagem matemática teve seu início por meio de pessoas como: Aristides C. Barreto, Ubiratan D’ Ambrosio, Rodney C. Bassanezi, João Frederico Mayer, Marineuza Gazzetta e Eduardo Sebastiani entre outros e desde então o número de produções científicas, apresentadas em eventos nacionais, sobre a modelagem matemática tem aumentado significativamente.

Bassanezi (2002) aplicou a modelagem em uma turma de Biomatemática na década de 1980 onde nesse momento os estudos envolviam crescimento de processos cancerígenos. Logo após, realizou uma experiência com uma turma de Engenharia de Alimentos, na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, com modelagem, onde os resultados obtidos foram satisfatórios.

Com base no mesmo autor, na educação brasileira, a Modelagem Matemática teve inicio com os cursos de especialização para professores, em 1983, na Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Guarapuava – FAFIG, hoje Universidade Estadual do Centro-Oeste – UNICENTRO. Desde então, a Modelagem Matemática começou a se popularizar entre os professores na busca por estratégias de ensino que favorecessem as situações vivenciadas pelos alunos em seu cotidiano.

Para Viecili (2006) a “Modelagem proporciona facilidade para interpretar os conceitos matemáticos. É de grande importância descrever esses fenômenos, analisá-los e interpretá-los, gerando assim discussões reflexivas sobre tais acontecimentos que cercam os homens”. No entanto, somente a partir de 1987 é que surgem trabalhos da utilização da Modelagem Matemática como alternativa para o ensino de Matemática por meio de artigos e dissertações de mestrado.

2.4 MODELAGEM MATEMÁTICA E MODELO MATEMÁTICO

De acordo com Biembengut (1990), criar modelos que interpretem fenômenos naturais e sociais é uma atividade inerente ao ser humano, pois a noção de modelo está presente ao seu redor. Assim, pode-se afirmar que a Modelagem Matemática é o processo no qual se descreve um fenômeno buscando sua compreensão, refletindo sobre ele, na intenção de obter um modelo matemático.

Para Bassanezi (1994), quando se busca entender algo real, na tentativa de compreender e tomar uma ação sobre ele, o processo comumente utilizado é o de escolher argumentos essenciais e formalizá-los através de um sistema artificial, o modelo.

Para Ferruzzi (2003) o modelo é uma réplica de algo real, criado a partir de regras e possibilita visualizar e compreender a situação problema ou o objeto de estudo por meio de hipóteses onde sua formulação não tem um final no próprio modelo, mas sim na resolução do problema.

É inegável que a Matemática sempre tenha sido utilizada para representar situações problemas em termos matemáticos por sua linguagem simbólica, ou seja, modelos. Bassanezi (2002, p.18) diz que:

> [...]quando se propõe analisar um fato ou uma situação real cientificamente, isto é, com o propósito de substituir a visão ingênua desta realidade por uma postura crítica e mais abrangente, deve-se procurar uma linguagem adequada que facilite e racionalize o pensamento.

Para esta análise científica faz-se o uso da Matemática, pois a interpretação dos dados permite uma reflexão crítica acerca do problema e permite encontrar um modelo matemático. Onde este pode ser entendido como a representação real, por meio de relações matemáticas, de um fenômeno ou objeto real a ser estudado e, segundo D' Ambrosio (1986), pode ser representado por gráficos, tabelas, sistema de equações, dentre outros. Entretanto, na elaboração de modelos, a visão de Chevallard (2001, p.50) é que

> [...]um aspecto essencial da atividade matemática consiste em construir um modelo (matemático) da realidade que queremos estudar, trabalhar com tal modelo e interpretar os resultados obtidos nesse trabalho, para responder as questões inicialmente apresentadas. Grande parte da atividade matemática pode ser identificada, portanto, como uma atividade de modelagem matemática.

Mesmo diante desta afirmação, vale citar Vertuan (2007) que complementa que em uma atividade de Modelagem Matemática, mesmo que a obtenção do modelo matemático seja crucial para o processo de Modelagem Matemática, ele não deve ser considerado como a etapa final da atividade, pois ele possibilita uma análise mais abrangente da situação investigada na busca de uma resposta para o problema.

2.5 O PROCESSO DE MODELAGEM MATEMÁTICA

A Modelagem Matemática tem como essência em seu processo a integração da Matemática com outras ciências com o objetivo de solucionar um problema real com o auxílio da matemática ou de outro conhecimento e não somente o desenvolvimento e conhecimento matemático.

A definição de Modelagem Matemática, apresentada por Bassanezi (2002, p.24) é

> A modelagem matemática é um processo dinâmico utilizado para obtenção e validação de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão de tendências. A modelagem consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual.

Conforme afirmado anteriormente, o uso de modelagem está diretamente ligado a idéia de aplicação da matemática e de seus conceitos em fenômenos do mundo real. Para Bassanezi (2002), todo argumento matemático é ou pode ser relacionado com a realidade pertence à Matemática Aplicada, que por sua vez, hoje, pode ser considerada como a arte de aplicar matemática a situações problemáticas utilizando-se de modelagem matemática.

Diante disso pode-se dizer que a Modelagem Matemática constitui um método de pesquisa científica e quando utilizada como método científico possui alguns pontos que devem ser levados em consideração. Para explicar a sua importância enquanto método de pesquisa e de acordo com Bassanezi (2002) a sua utilização possibilita:

- Estimular idéias novas e técnicas de experimentos;
- Dar informações em diferentes aspectos dos previstos inicialmente;
- Ser um método para se fazer interpolações, extrapolações e previsões;
- Sugerir prioridades de aplicações de recursos e pesquisas e eventuais tomadas de decisão;
- Preencher lacunas onde existem falta de dados experimentais;
- Servir como recurso para melhor entendimento da realidade;
- Servir de linguagem universal para compreensão e entrosamento entre pesquisadores em diversas áreas do conhecimento.

O autor ainda relata que a Modelagem Matemática teve grande participação no avanço de determinadas ciências como Física e Química Teórica e na Biomatemática devido à complexidade e evolução dos modelos matemáticos. Porém, mesmo com a complexidade dos fenômenos biológicos, não há desinteresse de “matematizar” esta disciplina, pelo contrário, existem cada vez mais adeptos, pois

a Biomatemática se tornou fonte fértil para o desenvolvimento da própria Matemática.

De forma similar, outras áreas têm utilizado a Modelagem Matemática para o seu próprio desenvolvimento, seja na organização e análise de dados, testes de validação de teoria, modelos de análise de mercado como no tratamento de dados para tomada de decisões.

Para Bassanezi (2002) a modelagem tem caráter multidisciplinar o que vai ao encontro ao proposto pelas tendências educacionais que é ruptura das barreiras entre mais diversas áreas de pesquisa. Segundo Ferruzzi (2003, p.37)

> A Modelagem Matemática é um processo dinâmico, onde, partindo-se de um problema real, associado a um conjunto de hipóteses, é obtido um modelo que forneça possíveis soluções para o problema. Como método de pesquisa, tem uma orientação metodológica a ser seguida. Neste sentido, foram elaborados diferentes esquemas visando descrever as etapas pertinentes a um processo de Modelagem Matemática.

Assim, vários esquemas diferentes foram desenvolvidos na intenção de descrever as etapas que norteiam o processo de Modelagem Matemática. De modo geral, na tentativa de lograr êxito na obtenção do modelo matemático seguir-se-á as etapas propostas por Almeida (2002a) conforme a Figura 1:

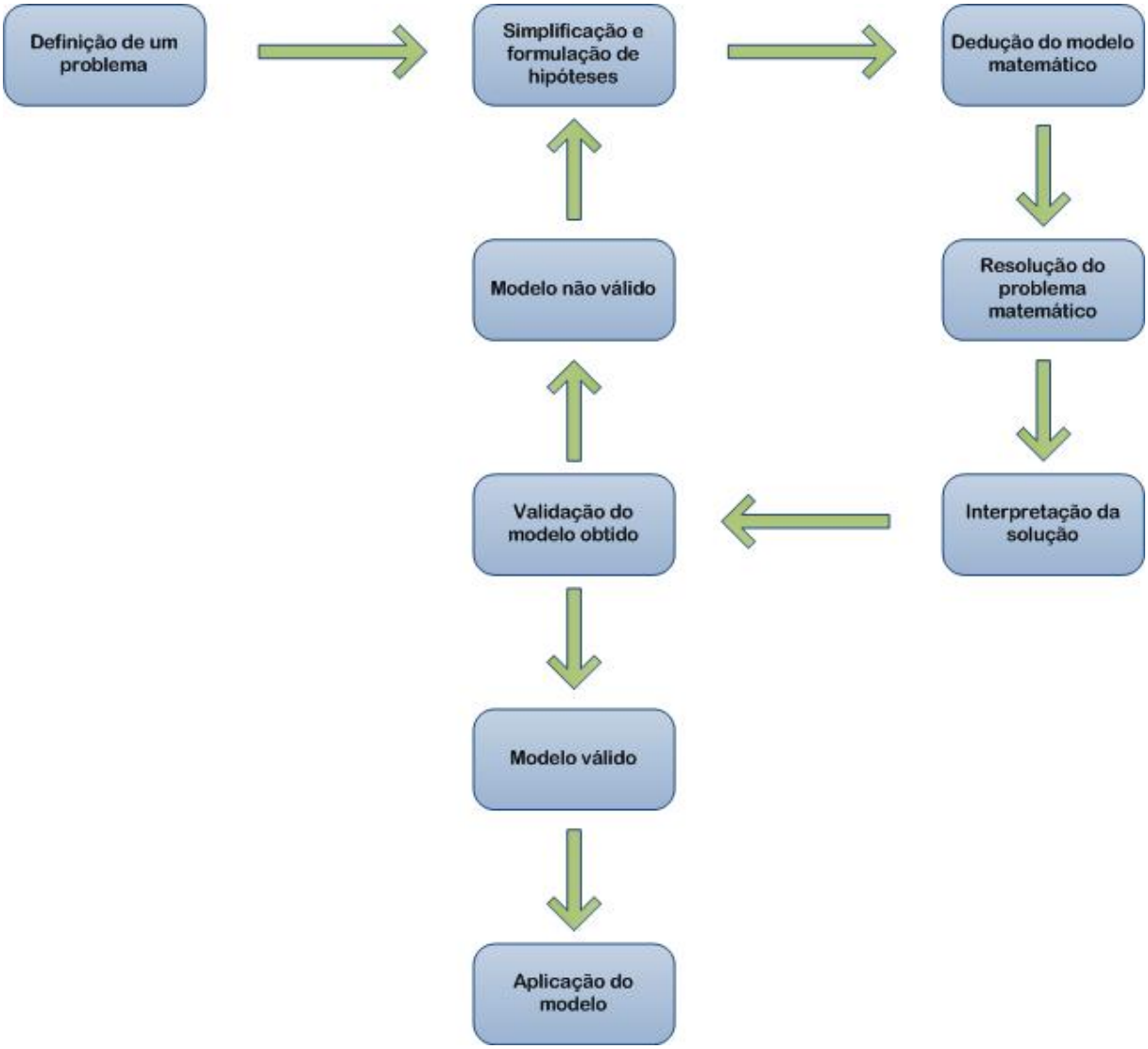

Figura 1 - Etapas sugeridas para realizar um processo de Modelagem Matemática
Fonte: Almeida (2002a).

Diante das etapas sugeridas para o processo de Modelagem Matemática, a seguir são explicadas individualmente com base em Almeida (2002a):

- *Definição de um problema*: o modelador deve identificar uma situação-problema para ser investigada e iniciar as pesquisas bibliográficas ou entrevistas com pessoas que conheçam o assunto para levantar os dados necessários para solucionar o problema;

- *Simplificação e formulação de hipóteses*: devem ser analisados e selecionados os dados que mantenham as características do problema. Em seguida faz-se uma simplificação, ou seja, selecionam-se as variáveis que comporão o estudo e as que poderão ser descartadas;

- *Dedução do modelo matemático*: esta fase é onde ocorre a transferência de linguagem do problema para a linguagem matemática, podendo ser representado conforme definição de modelo matemático feita anteriormente;

- *Resolução do problema matemático*: deve-se tentar a resolução do problema matemático formulado utilizando-se dos recursos matemáticos, ou seja, "que Matemática utilizar?";

- *Validação do modelo*: etapa em que é verificado se o modelo encontrado é válido de acordo com os dados iniciais do problema. Caso o modelo seja válido, ele pode ser utilizado para analisar, realizar previsões e tomar decisões acerca situação-problema. Caso contrário, o modelador deve retornar ao processo de Modelagem Matemática, na etapa de *simplificação e formulação de hipóteses* para a seleção das variáveis até a obtenção do outro modelo matemático;

- *Aplicação do modelo*: em caso de validade do modelo matemático, este pode ser utilizado para fazer previsões, deduções, explicações e decisões acerca da situação-problema.

Estas etapas são determinadas para direcionar o processo de Modelagem Matemática para que possibilitem o resultado ideal na resolução de situações-problemas por meio de Modelagem Matemática, porém não há necessidade em segui-las rigorosamente.

2.5.1 Como Implementar a Modelagem Matemática em Sala de Aula

Esta etapa deste trabalho trata apenas de uma breve descrição empírica sobre o que ocorre com o modelador em cada fase do processo de Modelagem Matemática e em suas transições baseado em Ferri (2006).

De acordo com a autora, a descrição das fases nos processos de modelagem é normativa e é vista como um caminho ideal de modelagem. Kaiser (2005) faz uma descrição normativa e diz que um processo de modelagem é feito com base em um procedimento típico ideal:

1. uma situação do mundo real é o ponto inicial do processo. Então a situação é idealizada, ou seja, simplificada ou estruturada a fim de gerar um modelo do mundo real.

2. então o modelo do mundo real é matematizado, isto é, traduzido dentro da matemática e então conduzido a um modelo matemático da situação original.

3. as considerações matemáticas realizadas durante a dedução do modelo matemático produzem resultados matemáticos que devem ser reinterpretados dentro de uma situação real.

4. a suficiência dos resultados deve ser verificada, ou seja, validada. No caso de uma solução insatisfatória do problema, que acontece freqüentemente na prática, este processo deve ser iterado.

O que é útil na descrição das fases são as rotas individuais que os alunos reconstroem enquanto modelam e uma rota individual denota um processo de modelagem interno e externo. O aluno inicia o processo durante certa fase, tomando em consideração suas preferências, e então passa por diferentes fases várias vezes ou uma só vez, focando sobre certa fase ou ignorando outras. Para ser preciso de um ponto de vista cognitivo, pode-se falar de rotas de modelagem visíveis, assim

como outros podem se referir a alterações verbais ou representações externas das reconstruções do ponto de início e da rota de modelagem. Então, torna-se claro que o processo de modelagem não é linear.

De acordo com Kaiser (2005) combinando todas as reconstruções das rotas de modelagem dos alunos, se verifica que as fases e suas transições, podem ser descritas empiricamente. A autora define que fases são as seis áreas que uma pessoa pode passar no processo de modelagem, que vai de uma situação real para os resultados reais e transição significa a passagem de uma fase para outra fase.

Conforme mencionado anteriormente, segundo Kaiser (2005), as seguintes descrições pertencem ao “ciclo de modelagem sob uma perspectiva cognitiva” o que é mostrado na Figura 2:

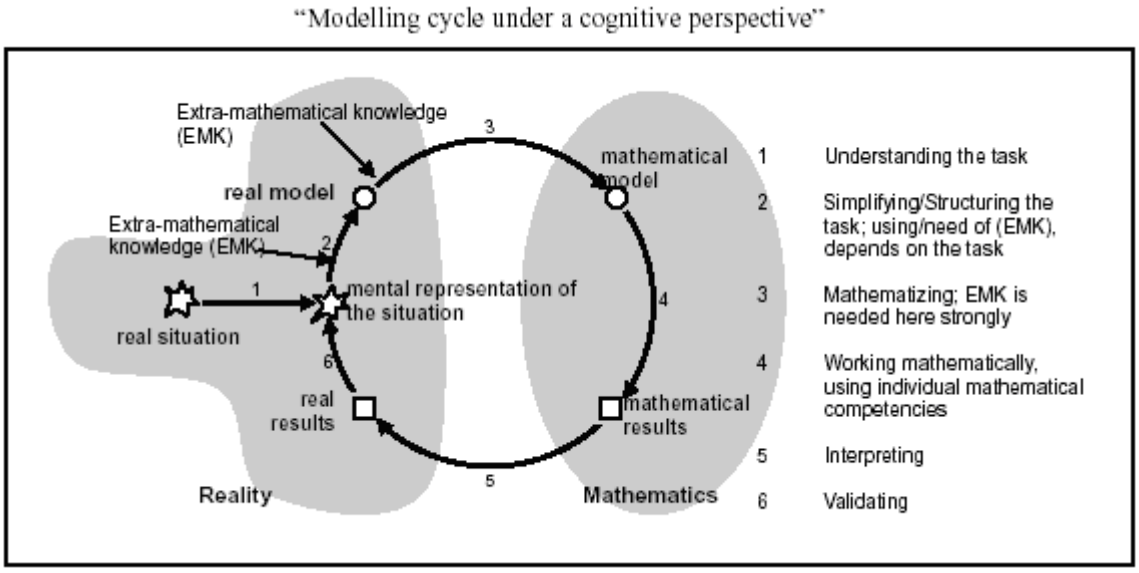

Figura 2 - Ciclo de Modelagem sob uma perspectiva cognitiva
Fonte: Kaiser (2005, p. 101).

As etapas de desenvolvimento mental do aluno durante a atividade de Modelagem Matemática são importantes, pois demonstra o que o aluno faz em cada etapa do processo, por este fato descrevemos cada fase segundo Kaiser (2005).

De acordo com a autora a *Situação Real* é a fase onde o aluno é apresentado a situação que é dada no problema e esta pode ser representada por uma figura, um texto ou ambos.

Na transição da situação real para a representação mental da situação o aluno entende mais ou menos o problema. É feita uma reconstrução mental da situação dada no problema e esta ocupa um lugar um pouco implícito na mente do aluno e na maioria das vezes não é percebido por ele. Mesmo que o aluno não entenda o problema, esta reconstrução mental pode ir trabalhando no entendimento da tarefa.

Quando da *Representação Mental da Situação*, o aluno tem representações mentais da situação que são dadas no problema e esta representação mental da situação pode ser muito diferente. Por exemplo, dependendo do estilo de pensamento matemático do aluno, ele pode ter imagens visuais em conexão com fortes associações de experiências próprias ou estar mais focado no número de informações do problema que o aluno quer combinar e relacionar.

A diferença entre situação real e representação mental da situação tem dois aspectos principais, o primeiro é não perceber simplificações na tarefa e a conexão com elas, já o outro é a preferência da pessoa em como trabalhar com o problema no próximo processo de modelagem.

De acordo com Kaiser (2005), com o processo de transição da representação mental da situação para o modelo real uma idealização e simplificação do problema tomam um lugar que é mais percebido pelo aluno. Isto ocorre porque durante a representação mental da situação o aluno toma decisões, as quais influenciam o caminho de “filtrar” as informações do problema. Dependendo do tipo de problema dado, a questão ou a demanda de conhecimentos extra-matemático aparece.

A fase do *Modelo Real* tem uma forte conexão com a representação mental da situação, pois muitas vezes o modelo real é construído com um nível interno do aluno. O que também significa que os níveis de representações externas (esboçadas ou formuladas) podem representar um modelo real muito bem. Mas, isto realmente

depende das declarações verbais do aluno enquanto faz uma representação externa.

A transição do modelo real para o modelo matemático é caracterizada pelo progresso da pessoa na “matematização”; além disso, os conhecimentos extramatemáticos (dependendo da tarefa) são facilmente exigidos dos alunos e usados para construir o modelo matemático.

Na fase do *Modelo Matemático,* o aluno faz representações externas no sentido de esboçar ou formular o problema. Agora, as declarações verbais dos alunos são mais a nível matemático do que se referindo à realidade. A transição da realidade para dentro da matemática é completa neste momento, onde o aluno usa suas competências matemáticas para a transição do modelo matemático para os resultados matemáticos.

Nos *Resultados Matemáticos* os alunos na maioria das vezes escrevem seus resultados, os quais eles obtiveram sobre a base do modelo. A interpretação dos resultados ocupa um lugar na transição dos resultados matemáticos para os resultados reais. Esta fase também é importante, mas freqüentemente não é percebida pelos alunos.

Já na fase dos *Resultados Reais,* os resultados matemáticos são discutidos pelos alunos consultando suas correspondências e, se eles podem ser resultados reais. Enquanto valida, o aluno pensa sobre a correspondência dos resultados reais e sua representação mental da situação. Isto pode ou não ser corrigido por eles. Com base nos dados, dois diferentes caminhos de validação dos aprendizes poderiam ser gerados:

Na *Validação Intuitiva (menos consciente)* o aluno assume para ele mesmo que os resultados podem estar errados por razões que ele não sabe explicar, ou ele “sente” que os resultados estão errados, porque eles não se encaixam na própria moldura de experiências e associações. Então, esta é uma decisão intuitiva que é mais percebida e realmente não relacionada.

O aluno na *Validação baseada no conhecimento (mais consciente)* depende de como os conhecimentos extramatemático são necessários no problema e como

os diferentes alunos lidam com ele. Então uma “validação baseada no conhecimento” significa, que os alunos concordam com seus resultados com base em seus conhecimentos extramatemáticos ou não. Ainda podem ser distinguidos em dois tipos de consciência, percebida, mas não baseada no conhecimento, e percebida, mas baseada no conhecimento.

Ambas as validações, intuitivas e baseadas no conhecimento, são conectadas com uma reflexão prévia do aluno. A razão pela qual os alunos na maioria das vezes não validam este fato é porque fazem, quase sempre, uma validação matemática interna, ou seja, validam os significados para eles “calculando” o modelo matemático e não conectam os resultados da situação respectivamente para a realidade, que é dada na situação.

No processo de Modelagem Matemática,

> [...] o mais importante não é chegar imediatamente a um modelo bem sucedido, mas caminhar seguindo etapas em que o conteúdo matemático vai sendo sistematizado e aplicado [...]. Mais importante do que os modelos obtidos são o processo utilizado, a análise crítica e sua inserção no contexto sócio-cultural. O fenômeno modelado deve servir de pano de fundo ou motivação para o aprendizado das técnicas e conteúdos da própria matemática. As discussões sobre o tema escolhido favorecem a preparação do estudante como elemento participativo na sociedade em que vive. (BASSANEZI, 2002, p.38)

Na Educação Matemática, as discussões realizadas durante o processo de Modelagem Matemática, sejam sobre os recursos matemáticos envolvidos no problema quanto sobre a situação-problema, são mais importante do que o modelo propriamente dito.

2.6 MODELAGEM MATEMÁTICA NA PERSPECTIVA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

A forma como a Matemática vem sendo ensinada em algumas salas de aula tem feito com que os alunos conformem-se com o que lhes é ensinado. O ensino descontextualizado e desconexo que enfatiza a memorização de fórmulas, técnicas e procedimentos em vez de conceitos, faz com que os alunos tenham um

entendimento incorreto da Matemática, com conteúdos prontos e acabados e inaplicáveis a problemas cotidianos e outras ciências.

Na busca pela ruptura do ensino tradicional surgem as tendências da Educação Matemática, em especial a Modelagem Matemática, proporcionando o desenvolvimento do raciocínio crítico e a capacitação do aluno para análise de problemas motivando-os a estudar a Matemática além daquela envolvida no problema.

Para Beltrão (2009, p.78)

> É inegável que as escolas, em especial as universidades, oferecem um ensino que ainda funciona no sistema de autotransmissão, preocupado com aprovação em exames. Contudo, principalmente no que se refere o ensino de Matemática, a ênfase, na maioria das instituições tem ficado com o produto, em detrimento do processo, o que implica a má qualidade do primeiro.

Ainda que existam perspectivas diferentes para a Modelagem Matemática na literatura, todas convergem quanto às contribuições que a Modelagem Matemática apresenta no processo de ensino e aprendizagem de Matemática. Viecili (2006, p.27) “são indiscutíveis os argumentos favoráveis à Modelagem: motivação, facilitação da aprendizagem, preparação para utilizar a Matemática em diferentes áreas, desenvolvimento de habilidades e compreensão do papel sócio-cultural da Matemática”.

Na tentativa de motivar, facilitar a aprendizagem da matemática em problemas reais, alguns autores relatam a importância de usar casos verídicos nas atividades de Modelagem Matemática em sala de aula. Segundo Niss (1992, p.2) defende que os casos verídicos são importantes para “tornar visível o significado da matemática para se compreender e lidar com o mundo”.

Mesmo com as oportunidades propostas pelas estratégias de ensino e aprendizagem, a utilização de qualquer uma exige alguns cuidados, como planejamento da atividade, domínio da própria estratégia e do conteúdo a ser trabalhado, entre outros. A utilização do processo de Modelagem Matemática necessita que o professor tenha perfil criativo, motivador, seja mediador entre o conhecimento comum e o conhecimento matemático transformando o aluno em

agente ativo no processo ensino e aprendizagem da Matemática, contribuindo para que o aluno tenha uma visão mais crítica da realidade.

Neste sentido, o professor transforma-se na ponte entre o conhecimento matemático e o conhecimento do aluno e faz com que o trabalho com Modelagem Matemática torne-se diferente do método usual de ensino, onde o professor é o detentor do conhecimento e realiza a sua transmissão para o aluno.

A Modelagem Matemática como pesquisa, segundo vários autores, atende os princípios de desenvolvimento cognitivo no que se refere à aquisição do conhecimento, pois desta forma é possível mostra que a interação do aluno com os conceitos matemáticos é importante para seu aprendizado. Esse desenvolvimento cognitivo é baseado no construtivismo que

> [...] é uma teoria cognitivista que diz respeito ao modo como o indivíduo constrói o conhecimento. Essa construção se dá pela ação do sujeito sobre o objeto do conhecimento, também é importante destacar que para essa ação ele traz suas experiências e seus conhecimentos prévios. (BARBIERI; ABDANUR; BURAK, 2004, p.4).

Assim, pode-se dizer que a pesquisa com Modelagem Matemática se enquadra no construtivismo de Piaget, onde o aluno constrói seu conhecimento a partir de ações e contato com o objeto de estudo. Esse contato com o objeto de estudo além de deixar a aula mais dinâmica, permite ao professor identificar aspectos construtivistas onde o aluno assimila os conceitos matemáticos por meio da experimentação.

2.6.1 Como Implementar a Modelagem Matemática em Sala de Aula

A maneira de se trabalhar com a Modelagem Matemática no ensino diverge, na literatura, de acordo com a forma de se organizar e o objetivo da atividade, mas concorda quanto à resolução de uma situação-problema por meio da Matemática.

De acordo com Scheffer (1999), há no mínimo 14 processos de Modelagem diferentes, mesmo pelo fato de algumas possuírem aspectos comuns e outras incomuns, pois estas diferenças ocorrem quanto a metodologia, a epistemologia e o nível de ensino. No entanto, o objetivo deste trabalho não é aprofundar tais

discussões, mas sim situar a proposta da Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem que propiciou a execução deste trabalho.

Para Araújo (2002), mesmo que haja diferentes perspectivas quanto as atividades de Modelagem Matemática em sala de aula, a maioria dos pesquisadores corroboram a idéia de que utilizar a Matemática para solucionar problemas não matemáticos cujo objetivo seja o ensino e aprendizagem desta disciplina, desenvolve habilidades individuais e coletivas e a comunicação e interação entre os alunos.

Segundo Biembengut (2000, p.29), quanto a implementação da Modelagem Matemática em sala de aula, salienta que:

> A condição necessária para o professor implementar a Modelagem [Matemática] no ensino, é ter audácia, [um] grande desejo de mudar sua prática e disposição de [aprender a] conhecer, uma vez que essa proposta abre caminho para descobertas significativas.

Para o professor é necessária a vontade a ruptura das práticas educacionais tradicionais e a dedicação para enfrentar as exigências da utilização de uma estratégia de ensino e aprendizagem diferenciada na busca pela melhora da qualidade do ensino de Matemática. Segundo D' Ambrosio (1986, p. 51)

> Não temos dúvida de que o ponto de partida para essa mudança que é efetivamente uma mudança de mentalidade, mudança de maneira de ver as coisas e das próprias estratégias para enfrentar os problemas e as situações que a realidade nos apresenta, repousa em alterações profundas na concepção do sistema educacional.

No caso específico da Modelagem Matemática, para sua implementação em sala de aula, o professor precisa ter familiaridade com a estratégia e com os conteúdos envolvidos no processo para que possa auxiliar os alunos no decorrer das atividades, pois estes podem sentir dificuldade no processo de modelagem.

Por este fato, Almeida (2002b) diz que as atividades de Modelagem Matemática, em ambientes de ensino e aprendizagem, podem ser implementadas gradativamente respeitando os seguintes diferentes momentos:

- *Momento 1*: o professor desenvolve com os alunos atividades que possibilitem a dedução, a utilização, análise e exploração de um modelo matemático de uma situação problema já definida.

Neste momento o professor faz a apresentação do processo de Modelagem Matemática que é importante para motivar os alunos quanto a utilização do processo de Modelagem Matemática no ensino de Matemática. Na sequência define-se o processo e exemplificam-se situações onde tal processo foi utilizado para solucionar um problema prático, com objetivos definidos. Segundo Ferruzzi (2003), “não é preciso utilizar-se de modelos sofisticados neste momento. Ao contrário disto, modelos mais simples podem aumentar o interesse dos alunos”.

- *Momento 2*: neste, o professor propõe a turma uma situação problema já definida juntamente com as informações do problema previamente coletadas, e os alunos realizam o levantamento e simplificação das hipóteses, deduzem o modelo matemático durante o desenvolvimento do processo e, por fim, a validação do modelo obtido para solução do problema em questão.

Neste instante os alunos ainda estão se familiarizando com o processo de Modelagem Matemática e as informações levantadas sobre o problema são fornecidas pelo professor, não essencialmente coletadas em loco por ele, mas neste caso por uma pessoa especializada dependendo do problema em questão.

- *Momento 3*: a turma é dividida em grupos e estes são convidados a criar um modelo por meio de Modelagem Matemática de uma situação problema escolhida pelo grupo. Desde a escolha do problema a investigar, o levantamento de hipóteses e simplificação, dedução do modelo e a validação estão a cargo do grupo e sob a supervisão do professor. E dependendo do problema a ser investigado o grupo necessitará de pesquisar o assunto para o entendimento e conseqüente solução do problema.

Após o estabelecimento do problema, os alunos iniciam o levantamento de informações na busca de uma possível solução. Em seguida, a etapa de validação do modelo possibilita aos alunos analisarem, tomarem decisões, discutirem e

provarem a experiência da descoberta, do novo, fazendo com eles tornem-se críticos e que compreendam os fenômenos que os cercam.

Ferruzzi (2003) propõe que ao concluir a validação do modelo o grupo faça uma apresentação do trabalho ao restante da turma na forma oral, pois esta favorece a desenvoltura, aperfeiçoa a capacidade de expressar-se e defender suas idéias, enquanto a apresentação escrita enfatiza a organização e a capacidade de exprimir-se matematicamente. De acordo com Gustineli (1990, p.110), “O professor deve provocar no aluno o desejo de que ele fale e analise como aconteceu o encaminhamento dos processos de pensamento ocorridos inicialmente ou durante a busca da solução”. Estas apresentações socializam o aprendizado do grupo ao restante da sala colaborando com o processo de ensino e aprendizagem de Matemática.

2.6.2 Argumentos Relativos a Implementação da Modelagem Matemática em Sala de Aula

A implementação da Modelagem Matemática no ensino exige que o professor aprenda a fazer Modelagem Matemática e a utilizá-la como estratégia de ensino e aprendizagem de Matemática tendo em mente que a Modelagem Matemática pode ser uma forma de motivar os alunos para a aprendizagem de conceitos matemáticos por meio da arte de modelar, matematicamente fenômenos do cotidiano.

Assim, há várias oportunidades (argumentos favoráveis) e barreiras (argumentos desfavoráveis) quanto a implementação da Modelagem Matemática no ensino de Matemática, porém neste momento o objetivo é relacioná-las para reflexão.

2.6.2.1 Argumentos favoráveis quanto à modelagem matemática

Diversos pesquisadores relacionam argumentos favoráveis da implementação de Modelagem Matemática no ensino de Matemática. Bassanezi (2002) aponta os cinco argumentos a seguir.

- *Argumento formativo*: destaca as aplicações Matemáticas como processos desenvolvedores da capacidade e atitude dos estudantes, deixando-os criativos, habilidosos e exploratórios.

- *Argumento de competência crítica*: tem a finalidade de preparar os alunos para a vida como cidadãos atuantes na sociedade e competentes que possam reconhecer e compreender exemplos de aplicações de conceitos matemáticos. Skovsmose (2000) diz que a Matemática deve ter um papel político e social, contribuindo para a formação do cidadão crítico, e que dessa forma teríamos uma Educação Matemática Crítica.

- *Argumento da utilidade*: enfatiza que o conhecimento da Matemática pode preparar o estudante para utilizar a Matemática como ferramenta para resolver problemas em situações e áreas diferentes.

- *Argumento intrínseco*: enfatiza que a Modelagem dá possibilidades ao aluno para interpretar e entender a Matemática nas suas mais diversas formas.

- *Argumento de aprendizagem*: afirma que os processos aplicativos facilitam a compreensão dos argumentos matemáticos, a fixação dos conceitos e a valorização da Matemática.

Segundo Bassanezi (2002), a utilização da Modelagem Matemática no processo de ensino e aprendizagem da Matemática torna a disciplina mais agradável, desenvolve o espírito de investigação, possibilita a aplicação da Matemática para resolver problemas de outras ciências e relaciona a realidade dos

alunos com os conteúdos aprendidos em sala de aula, tornando-os cidadãos críticos e atuantes na sociedade.

2.6.2.2 Argumentos desfavoráveis quanto à modelagem matemática

Mesmo com todos os argumentos favoráveis já citado anteriormente quanto a implementação da Modelagem Matemática em sala de aula, existem obstáculos, principalmente como estratégia de ensino e aprendizagem em cursos regulares, que podem ser apontados. Bassanezi (2002) destaca os seguintes:

- *Obstáculos instrucionais*: em função do processo de Modelagem Matemática ser demorado, até mesmo pela sua característica interdisciplinar, o programa pode não ser cumprido em função do tempo.

- *Obstáculos para os estudantes*: com a utilização da Modelagem Matemática os alunos deixam de ser passivos no processo de ensino e aprendizagem e por este motivo podem sentir-se incapazes e tornarem-se apáticos durante as aulas por estarem acostumados com o método tradicional de ensino onde o professor é o transmissor do conhecimento. Neste momento também é importante escolher temas motivadores e possíveis de serem resolvidos pelos alunos para mantê-los estimulados.

- *Obstáculos para os professores*: vários professores não se sentem a vontade para utilizar a Modelagem Matemática em suas aulas por sentirem sua autoridade ameaçada por desconhecerem o processo ou por se depararem com situações complicadas quanto a aplicação da Matemática em outras áreas. Também acreditam que levarão muito tempo para preparar suas aulas e não terão tempo para estes tipos de atividades e de cumprir todo o programa da disciplina.

Apesar dos obstáculos apresentados, segundo Barbosa (1999), os professores reconhecem os obstáculos da implementação da Modelagem

Matemática em sala de aula, mas reconhecem que sua utilização traz vantagens para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática. Estes obstáculos são possíveis de serem vencidos quando se dispõe a utilizar a Modelagem Matemática no processo de ensino e aprendizagem de Matemática, pois na medida em que se avança no processo de modelagem as vantagens surgem em número maior e fazem com que obstáculos tornem-se praticamente imperceptíveis.

Diante dos aspectos mencionados nesta seção, concebe-se a Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem de Matemática de acordo com Bassanezi (2002) e segundo a visão construtivista, onde o aluno é convidado por meio de uma situação-problema real a utilizar conceitos matemáticos por meio de experimentações.

3 METODOLOGIA DA PESQUISA

Com as tendências educacionais sugeridas pela Educação Matemática, decorrentes de pesquisas que comprovam que o ensino baseado na experiência, no trabalho em grupo e na troca de conhecimento entre alunos e professor favorece a aprendizagem de Matemática.

Esta afirmação permite-nos dizer que a Modelagem Matemática pode apresentar um grande potencial no desenvolvimento de habilidades e se mostra favorável quanto a sua utilização em sala de aula. Para Gustineli (1990, p.18), a utilização do processo de Modelagem Matemática no ensino de Matemática, é importante, pois:

- É um processo de abertura onde se podem aprender, questionar e relembrar conceitos matemáticos;
- É um processo de abertura para compreender situações reais, do cotidiano;
- É um processo que funciona como uma motivação para surgir a aprendizagem, tanto da Matemática como também de outras áreas do conhecimento.

Ao se utilizar o processo de Modelagem Matemática tem-se a necessidade de estabelecer uma harmonia entre a teoria e a prática, mostrando a Matemática como ferramenta para as mais diversas áreas de conhecimento.

Diante dessa constatação de que o processo de ensino e aprendizagem de Matemática apresenta problemas, definimos então como problema de pesquisa: de que maneira a Modelagem Matemática, como estratégia de ensino e aprendizagem pode contribuir, na visão dos futuros professores de Matemática, para aplicação da Matemática em sua sala de aula?

Ao considerar o problema de pesquisa bem como os objetivos delineados neste trabalho, classifica-se essa pesquisa quanto à natureza, como aplicada, pois esta será desenvolvida na sala de aula do autor desta pesquisa por meio do desenvolvimento de atividades nas quais será utilizada a estratégia de ensino

aprendizagem de Modelagem Matemática juntamente com os discentes envolvidos na pesquisa.

Segundo Roesch (1996) na pesquisa aplicada busca-se entender a natureza e a fonte dos problemas, a respeito de questões consideradas importantes pela sociedade buscando as contribuições das teorias que podem ser utilizadas na formulação de programas e nas intervenções de resolução de problemas.

A pesquisa, quanto à abordagem do problema, é definida como qualitativa, pois o pesquisador busca analisar os dados e o discurso produzidos pelos alunos no desenvolvimento da atividade e interpretá-los na busca por subsídios que permitam identificar as contribuições da estratégia de ensino e aprendizagem que possa ser utilizada por outros professores na busca pela melhoria do ensino de Matemática.

Segundo Garnica (2004, p.86) a pesquisa é classificada como qualitativa quando se observa as seguintes características:

(a) a transitoriedade de seus resultados;

(b) a impossibilidade de uma hipótese *a priori*, cujo objetivo da pesquisa será comprovar ou refutar;

(c) a não neutralidade do pesquisador que, no processo interpretativo, se vale de suas perspectivas e filtros vivenciais prévios dos quais não consegue se desvencilhar;

(d) que a constituição de suas compreensões dá-se não como resultado, mas numa trajetória em que essas mesmas compreensões e também os meios de obtê-las podem ser reconfigurados;

(e) a impossibilidade de estabelecer regulamentações, em procedimentos sistemáticos, prévios, estáticos e generalistas.

Para Bogdan (1994) a pesquisa qualitativa pode ser entendida como a tentativa de compreensão de significados e características de situações apresentadas por entrevistados ou pesquisados e ainda parece ter o dom para se aprofundar nos fenômenos e leva em conta a sua complexidade e particularidades, de maneira a não almejar generalizações e sim a compreensão das singularidades.

De acordo com as considerações acerca da pesquisa qualitativa, o encaminhamento que utilizamos nesta pesquisa da Modelagem Matemática sob a perspectiva construtivista e com base nos procedimentos de análise e na apresentação dos resultados, consideramos que se refere a uma pesquisa qualitativa de cunho interpretativo.

Segundo Rosa (2009, p.55) o cunho interpretativo é baseado em dois aspectos:

(a) as análises sobre os dados coletados são influenciadas por concepções e interpretações daqueles que coletam e analisam os dados.

(b) a investigação da própria prática pode, em diferentes circunstâncias, influenciar as características dos dados coletados bem como as análises realizadas.

A partir destas considerações foi desenvolvida e aplicada a atividade para mostrar aos alunos o processo de Modelagem Matemática e sua forma de implementação em sala de aula como estratégia de ensino e aprendizagem.

Durante toda aplicação da atividade utiliza-se o processo de Modelagem Matemática e a forma de implementação em sala de aula de acordo com o proposto por Almeida (2002a) e Almeida (2002b) respectivamente, ambos já descritos anteriormente.

A seguir destacam-se os tópicos da atividade desenvolvida como os alunos do curso de licenciatura em Matemática, sujeitos da pesquisa, a sequência para realização da atividade e a finalização da atividade.

3.1 OS SUJEITOS DA PESQUISA

A aplicação da atividade foi realizada com os formandos do curso de licenciatura em Matemática da Universidade Estadual do Norte Paraná, *Campus Cornélio Procópio*. Durante a atividade os alunos tiveram contato com os aspectos

teóricos e utilizaram a Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem de Matemática para aplicar futuramente em suas aulas. Os alunos, em número de vinte e quatro, participaram da pesquisa e realizaram a atividade nos encontros semanais realizados na UENP-CP.

3.2 A COLETA DOS DADOS

Os dados utilizados nessa pesquisa foram coletados durante a execução da atividade por meio de fotografias conforme APÊNDICE F, gravações de áudio, participação dos alunos, suas exposições e desempenho na realização da atividade.

3.3 A SEQUÊNCIA PARA A ATIVIDADE

Para realização da atividade, objeto de investigação dessa dissertação, foram necessários conhecimentos prévios em relação à Educação Matemática nas questões referentes ao processo de ensino e aprendizagem de Matemática e sobre a Modelagem Matemática, diante dos seus conceitos, perspectivas e por meio de exemplos de atividades de aplicação da Modelagem Matemática no ensino de Matemática. Estes conhecimentos considerados necessários para o desenvolvimento da atividade foram transmitidos aos alunos até o mês de junho para que os mesmo tivessem subsídios para o entendimento e conseguissem compreender a utilização da Modelagem Matemática no ensino.

No entanto, até o sexto encontro foi realizada revisão dos conceitos trabalhados durante o ano letivo em paralelo a introdução de conceitos necessários para a realização da atividade de calibração do micrômetro. No início da atividade de calibração do micrômetro forneceu-se aos alunos textos que justificam a necessidade da Matemática e suas aplicações, para que estes estejam cientes da importância desta disciplina em suas vidas.

Durante a execução da atividade de calibração do equipamento foi registrado por meio de fotos e gravações de áudio, a participação dos alunos, suas exposições e seu desempenho na realização da mesma. A atividade permitiu perceber as atitudes dos alunos quanto a participação nos debates, as exposições, suas interações com os colegas e com o professor e sua motivação para o desenvolvimento da atividade prática.

Como a atividade de calibração foi desenvolvida em quinze horas, sendo dois encontros semanais de noventa minutos cada, totalizando cinco semanas. Pelo fato dos alunos do curso de Matemática desconhecer o equipamento, a importância da calibração deste na engenharia mecânica e na fabricação de equipamentos para utilização da sociedade, foi realizada uma visita ao laboratório de Metrologia da UTFPR-CP para apresentação de alguns equipamentos de medição de forma geral e especificamente o micrômetro, seus componentes e sua finalidade.

Na semana seguinte, após a visita ao laboratório de metrologia, iniciou-se o projeto na UENP, divididos como segue:

- Encontro primeiro – foi apresentado contexto histórico da Modelagem Matemática e as aplicações matemáticas nas mais diversas áreas do conhecimento.
- Encontro segundo – realizou-se a definição do processo de Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem de Matemática, suas formas de implementação em sala de aula, aplicação em cursos regulares e vantagens e desvantagens da sua utilização na Educação Matemática.
- Encontro terceiro – Os alunos foram divididos em três grupos para realização da atividade para a aplicação do ajuste linear.
- Encontro quarto e quinto – foi apresentada outra atividade para aplicação do conceito de ajuste quadrático com a situação problema já definida. Ao final, os grupos apresentaram para sala o desenvolvimento do processo de Modelagem Matemática com as etapas por eles utilizadas, seguindo o descrito por Almeida (2002b) conforme capitulo quarto, para obtenção do modelo, o modelo matemático encontrado, a validação e aplicação do modelo.

- Encontro sexto – Realizou-se um debate com a sala para verificar a opinião dos alunos quanto a Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem.
- Encontro sétimo – foi apresentada a terceira atividade que para verificação dos objetivos desta pesquisa.
- Encontro oitavo e nono – Estes encontros foram utilizados para auxiliar os grupos no desenvolvimento da atividade, dialogando sobre a atividade, os recursos matemáticos necessários para resolução da mesma.
- Encontro décimo – Este encontro foi realizado para apresentação de cada modelo matemático de calibração do micrômetro encontrado pelos grupos. Após as apresentações e troca de informações, o projeto foi dado por encerrado e coube ao pesquisador transcrever os diálogos e anotações realizadas pelos alunos no decorrer das atividades.

Após a apresentação da metodologia utilizada, a descrição dos sujeitos, a coleta dos dados e a sequência para desenvolvimento da atividade, apresenta-se uma proposta de utilização da Modelagem Matemática para calibração de um micrômetro.

4 PROPOSTA PARA APLICAÇÃO DA MODELAGEM MATEMÁTICA

Neste capítulo apresenta-se a atividade de Modelagem Matemática desenvolvida com os alunos no decorrer do projeto de onde obtivemos os dados cujas análises também são apresentadas. As análises foram realizadas levando em consideração todo o conjunto da atividade que integram o projeto.

4.1 A CONDUÇÃO DAS ANÁLISES

As análises dos dados coletados durante a atividade foram realizadas com base no objetivo definido anteriormente, o qual busca respostas para a problemática de nossa pesquisa.

Ressalta-se que nossa intenção é propor as observações que surgiram da análise da atividade onde se pretende estabelecer a relação entre o referencial teórico da pesquisa e os dados obtidos.

Conforme descrito no item 4.2, as informações foram registradas utilizando-se de imagens, gravações de áudio e participação dos alunos na atividade. Durante a realização da atividade de calibração do micrômetro realizada com os alunos foi utilizado uma espécie de diário de bordo onde foi registrado pelo professor desde as conversas efetuadas pelos alunos até a resolução discutida em sala de aula e entregue por eles.

Com base neste registro efetuado, realizou-se a análise dos materiais produzidos pelos alunos, trechos foram escolhidos e transcritos neste capítulo em forma de narrativa dos fatos ocorridos na intenção de permitir um melhor entendimento dos dados apresentados. Assim, como os diálogos entre docente/discente e discente/discente, são apresentados quando necessário para apoiar a análise dos dados.

No decorrer do texto, as pessoas envolvidas[1] no diálogo são nomeadas por P, $D1_A$, $D1_B$, $D2_A$, $D2_B$, etc., onde:

- P indica o professor;

- D1, D2, D3... indicam cada discente, ou seja, discente 1, discente 2, e assim por diante;

- e as letras A, B e C serão utilizadas para nomear cada grupo a que o discente pertence: por exemplo, $D1_A$ indica o discente 1 do grupo A; $D1_B$ indica o discente 2 do grupo B.

A análise que foi realizada é de cunho qualitativo em que se procura identificar na atividade desenvolvida pelos alunos, aspectos que contribuem para responder às nossas questões. Por este motivo as estratégias utilizadas pelos alunos no decorrer da resolução da situação-problema compõem o foco da nossa análise.

4.2 A UTILIZAÇÃO DOS *SOFTWARES*

Os *softwares* utilizados no desenvolvimento da atividade tiveram papel importante, pois estes reduziram o tempo na realização de cálculos e construção de gráficos. Porém, isto foi possível em função da familiaridade dos alunos com os *softwares* escolhidos, uma vez que os alunos já haviam tido contato com os programas em outras disciplinas do curso. Assim, até mesmo as dúvidas quanto a determinadas funções dos programas foram pontuais, o que ajudou na resolução do problema.

Outro aspecto importante que possibilitou êxito na atividade foi o conhecimento matemático, pois o conhecer a definição, a característica de cada uma das funções, por exemplo, foi fundamental na escolha do modelo adequado para

---

[1] Os discentes envolvidos na pesquisa assinaram termo de consentimento conforme APÊNDICE A.

situação, pois de nada adianta o recurso tecnológico se os alunos não tivessem domínio matemático e senso crítico na interpretação e escolha do modelo ideal.

No dia 03/08/2010 iniciou-se a atividade de Modelagem Matemática com os alunos para a coleta de dados. Num primeiro momento apresentou-se o cronograma da atividade e como seria realizada. Em seguida foi feita a exposição sobre a Modelagem Matemática e algumas considerações de sua utilização na Educação Matemática e também foram apresentados alguns exemplos de atividades já desenvolvidas por outros pesquisadores.

Foram dois *softwares* utilizados pelos alunos no desenvolvimento das atividades do projeto: *Excel* e o *Curve Expert*. Esta escolha se deu pelo conhecimento e habilidade que os alunos têm sobre eles, uma vez que já utilizaram em outras disciplinas do curso entre outras. Estes *softwares* possuem características diferentes, pois o *Curve* determina os parâmetros das funções com melhor aproximação que o *Excel* e permitiu comparar o modelo encontrado.

O *Curve Expert* é um *software* de distribuição gratuita que possibilita, entre outros, obter uma função (modelo matemático) a partir de valores atribuídos a x e y. Este *software* pode ser utilizado para determinar parâmetros de funções, analisar curva de tendências, plotar gráficos, etc. e por este motivo é conhecido pelos alunos do curso de Matemática.

O *Excel* não é distribuído gratuitamente, é um dos *softwares* que compõe o *Microsoft Office*, um conjunto de programas distribuído pela empresa *Microsoft*, bastante utilizado por instituições financeiras e empresas em geral.

Apesar de ser uma planilha de cálculo desenvolvida para atender as necessidades dos escritórios, tem sido utilizado em varias pesquisa com fins educacionais por apresentar vários recursos que permitem desde cálculos simples à construção de gráficos, análise de tendência, entre outros. Em nossa pesquisa os alunos fizeram o uso do *Excel* para realização de ajuste linear, e análise de tendência polinomial com base nos dados levantados a partir do micrômetro.

4.3 A ATIVIDADE DE MODELAGEM MATEMÁTICA DESENVOLVIDA

Ao concluir o encontro sexto, conforme descrito anteriormente, foi desenvolvida a situação-problema de calibração do micrômetro na intenção de explorar a Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem de ajuste de funções.

O desenvolvimento da atividade de Modelagem Matemática de calibração do micrômetro foi realizado segundo o *Momento 2* descrito na seção 3.4.1, pelo fato dos alunos estarem se familiarizando com a estratégia de ensino e aprendizagem e da coleta dos dados da situação-problema necessitar de habilidades específicas.

Vale ressaltar que se adotou nesta pesquisa a perspectiva educacional para a Modelagem Matemática onde buscou-se a estruturação da estratégia de ensino e aprendizagem, sugerindo a utilização desta em situações-problemas reais por meio da teoria matemática. Portanto, a coleta dos dados foi efetuada pelos alunos de Engenharia Mecânica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná do Campus Ponta Grossa (UTFPR-PG) no laboratório de metrologia da universidade pelo fato destes conheceram as normas regulamentadoras que se referem a conservação, manuseio e calibração de micrômetros.

Nesse sentido, algumas falas foram transcritas, recortou-se as resoluções realizadas pelos alunos, além dos resultados obtidos por eles durante a realização da atividade.

4.3.1 Como Surgiu A Atividade De Calibração Do Micrômetro?

A idéia desta atividade surgiu após conversa entre os autores desta dissertação (mestrando e orientador) onde o orientador relatou o procedimento utilizado pelos alunos de Engenharia Mecânica, no laboratório de metrologia da UTFPR-PG para calibração de micrômetro. Neste procedimento os alunos realizam medições, conforme as normas regulamentadoras, utilizando o micrômetro e

medidas padrão, denominadas de *blocos padrão*, para verificar se o micrômetro possui problemas de calibração. Após estas medições os alunos de Engenharia Mecânica plotam o gráfico dos erros obtidos nas medições em relação ao tamanho dos blocos padrão.

Estes erros de medição podem ser causados por alguns motivos como corrosão na do micrômetro, a temperatura durante as medições realizadas pelo operador, a força exercida sobre o fuso, pois a força exercida deve ser igual a aplicada durante a ajustagem do micrômetro e até mesmo o erro do observador durante as medições dos blocos padrão, dentre outros. De posse dos erros de medição de micrômetro e do gráfico, os alunos utilizam de conhecimentos estatísticos para certificar, com intervalo de confiança de noventa e cinco por cento (95%), a calibração do micrômetro e se este pode ser utilizado para realizar medições na fabricação e verificação de determinadas peças.

A partir do diálogo entre os autores da dissertação e do cuidado necessário para a coleta dos dados utilizados na calibração do micrômetro, decidiu-se verificar a possibilidade de determinação de um modelo matemático para calibração do micrômetro por meio da Modelagem Matemática. Então, realizou-se uma visita ao laboratório de metrologia, juntamente com os alunos da Engenharia Mecânica da UTFPR-PG para coleta dos dados necessários para o desenvolvimento e obtenção do modelo matemático de calibração do micrômetro.

Após coleta dos dados realizou-se com o uso do *software Excel* a relação dos dados onde se percebeu, por meio da visualização do gráfico de dispersão, que o comportamento dos mesmos para tal situação tratava-se de um modelo polinomial o que nos permitiria contextualizar o conteúdo de ajuste de funções.

No desenvolvimento da atividade foram realizados vários testes de ajustes de funções, do grau um até o nono, porém a partir do sexto grau foi utilizado o *software Curve*, pois o *Excel* só permite ajuste até o sexto grau. Durante a realização deste testes de percebeu-se que a partir do grau seis o ajuste não apresentava melhora significativa, ou seja, o coeficiente de determinação apresentava variação insignificante para o problema, então se decidiu que o melhor ajuste para os dados seria o ajuste polinomial de sexto grau.

Focados em utilizar a Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem de Matemática e de posse dos dados coletados pelos alunos de Engenharia Mecânica da UTFPR-PG, decide-se desenvolver esta atividade com os formandos do curso de Matemática da Universidade Estadual do Norte do Paraná – Campus Cornélio Procópio (UENP-CP), na intenção de demonstrar a utilização da estratégia na aplicação de conteúdos matemáticos em situações reais. Afinal, são os professores de Matemática responsáveis por contextualizar o seu ensino, independentemente do curso em que lecionam, sejam em cursos técnicos, tecnológicos ou até mesmo nas engenharias.

Então, utilizou-se a situação-problema de calibração de micrômetros, onde por meio da Modelagem Matemática, encontrou-se um modelo de calibração para o micrômetro e assim pode-se contextualizar o ensino de ajuste de funções para os alunos do curso de Matemática, sujeitos desta pesquisa.

Para a realização da atividade de calibração do micrômetro com os alunos do curso de Matemática da UENP-CP por meio da Modelagem Matemática utilizaram-se dois ambientes distintos, sendo um em sala de aula convencional e outro no laboratório de informática.

4.3.2 Desenvolvimento Da Atividade Em Sala De Aula

Inicialmente foi exposto aos alunos qual seria a atividade a ser desenvolvida por meio da Modelagem Matemática, onde foi entregue uma folha com informações sobre o tema proposto. Entre eles, modelos de micrômetros, um breve comentário da função do micrômetro e a imagem da caixa de bloco padrão, conforme APÊNDICE E.

Os alunos receberam o fluxograma com as etapas da Modelagem Matemática, de acordo com a Figura 1, para auxiliá-los no desenvolvimento da atividade. As etapas foram as já mencionadas em momento anterior e a ordem de tais etapas é importante na busca do êxito da atividade, porém tinha-se a intenção de apresentá-las aos alunos para familiarizá-las e facilitar o desenvolvimento da

atividade. Assim, foi apresentada aos alunos a atividade a ser desenvolvida durante o projeto e os procedimentos de realização do mesmo.

O desenvolvimento da atividade foi representado por meio das figuras obtidas do grupo A e C, apresentadas a diante, pois estes foram os grupos que iniciaram, desenvolveram e concluíram a atividade com mais entendimento e agilidade. Para mostrar como foi desenvolvida a atividade, utilizou-se das etapas da Modelagem Matemática sugeridas por Almeida (2002b) permitindo assim detalhamento do processo de Modelagem Matemática para o entendimento do desenvolvimento cognitivo dos alunos durante a obtenção do modelo matemático de calibração do micrômetro.

Na semana seguinte a visita realizada pelos alunos do curso de Matemática ao laboratório de Metrologia da UTFPR-CP para conhecer o equipamento e sua utilização, deu-se início a realização da atividade de calibração do micrômetro, então, foi realizada a introdução da atividade e a justificativa de sua importância para o ensino de matemática.

> *P: Nossa atividade refere-se à calibração de um equipamento utilizado principalmente pela engenharia mecânica, o micrômetro. [...] Este equipamento [apontando para o equipamento na tela de projeção] é o micrômetro, serve para fazer medições milimétricas, é bastante utilizado pelos engenheiros desde a construção de peças até o mecânico de automóveis que regula os "calços de válvula" dos veículos entre outros.*

Quando colocado a situação-problema aos alunos, o aluno B3 rapidamente fez um questionamento.

B3: Porque temos que trabalhar com conteúdo da engenharia mecânica se seremos professores de matemática?

Este questionamento pode ser entendido como um dos obstáculos da utilização da Modelagem Matemática em sala de aula, pois neste momento o aluno pode não ter se sentido motivado para o tema escolhido ou até mesmo pelo fato de não conhecer o processo de Modelagem Matemática e saber que neste momento ele é o responsável por desenvolver a atividade. De acordo com Niss (1992, p.2) é importante se trabalhar com casos verídicos e da realidade dos alunos pois "tornar

visível o significado da matemática para se compreender e lidar com o mundo” o que pode evitar a desmotivação do aluno no início da atividade.

Ao perceber a posição do aluno quanto ao problema, tentou-se expor o papel do professor no ensino e aprendizagem de matemática.

> *P: Temos que refletir sobre o que discutimos em sala de aula sobre a educação matemática. A todo o momento reiterou-se a necessidade de um ensino contextualizado, que trate problemas da realidade dos nossos alunos e que dessa forma poderíamos demonstrar a aplicação da matemática em seu cotidiano. Afinal seja nos cursos técnicos, tecnológicos ou engenharias sempre haverá o professor de matemática e só poderemos contextualizar o ensino mediante o conhecimento da atividade destes alunos.*

Cabe ao professor a busca por um ensino que permita ao aluno investigar fenômenos a sua volta e interpretá-los por meio de raciocínio lógico e crítico na construção do conhecimento. Pois, de acordo com Leite (2008, p.116) “A busca por um ensino mais significativo, que venha de encontro dos anseios não só dos alunos, mas também dos profissionais da educação, é um desafio a todos os educadores...”. Após a reflexão sobre o papel do professor em atividades extra-matemáticas e a introdução da atividade deu-se início ao desenvolvimento das etapas do processo de Modelagem Matemática, seguindo o *Momento 2*, para obtenção do modelo de calibração.

Conforme descrito anteriormente, cabe ao professor propor à turma a situação-problema juntamente com as informações coletadas e em seguida os alunos realizam o levantamento e simplificação das hipóteses.

a) Definição da situação problema

Neste instante colocou-se o problema a ser solucionado que de acordo com Kaiser (2005) esta é a fase onde o aluno é apresentado a situação que é dada no problema e esta pode ser representada por uma figura, um texto ou ambos.

> *De que forma estimar o modelo matemático de calibração para um micrômetro?*

No decorrer da discussão com os grupos acerca da atividade e dos dados para efetuar a calibração do equipamento, vale destacar que alguns já

sugestionavam, por meio de uma representação mental inicial, qual a estratégia para encontrar o modelo de calibração do micrômetro. Porém, foi indicado aos grupos que utilizassem as etapas do processo de Modelagem Matemática para facilitar o desenvolvimento da atividade.

Após esta explanação foi repassado aos alunos os dados coletados referente a três micrômetros, para que realizassem o levantamento de hipóteses e a partir daí iniciassem o processo de obtenção do modelo de calibração dos equipamentos.

b) Simplificação e formulação de hipóteses

- A temperatura da sala onde foi realizada a medição, o micrômetro e o jogo de bloco padrão estavam a mesma temperatura;
- O micrômetro e o jogo de bloco não apresentam oxidação;
- Foram utilizadas luvas durante a medição dos blocos;
- Desconsiderado o erro do observador;
- Valor da medida padrão: domínio de 0 a 25mm;
- Erro calibrado: $E(x)$;
- Medidas padrão (definidas pelas NBR): a;
- Dados observados: x;
- Erros: diferença da medida padrão e o dado observado;
- Modelo matemático estimado para calibração de um micrômetro: $C(x)$.

Em seguida os alunos do grupo C fizeram a representação inicial do problema, pois segundo Kaiser (2005) trata-se de uma representação mental da situação onde o aluno entende de forma superficial o problema, e a partir daí já esboçaram o desenvolvimento da atividade, já os grupos A e B necessitaram de um pouco mais de tempo para interpretar os dados do problema e traçar uma estratégia de resolução.

c) Dedução do modelo matemático

- *De que forma estimar o modelo matemático de calibração para um micrômetro com base em uma função matemática?*

Neste momento os alunos começaram a pensar em como estimar o modelo matemático com base nos dados coletados.

C3: Podemos utilizar o Excel para iniciar nossa atividade?

P: Por qual motivo você deseja utilizar o software?

C3: Pois no Excel podemos digitar estes dados, determinar a variável dependente e independente, construir o gráfico e adicionar a linha de tendência para encontrar o nosso modelo de calibração.

Nesse caso, percebe-se que o aluno lembrou que o *software Excel* faz ajuste de curvas, define o modelo encontrado pela tendência dos dados e aponta o coeficiente de determinação encontrado para o modelo. Aqui é possível perceber que o aluno faz a representação mental da situação, de acordo com as informações que foram fornecidas no problema e de acordo com Kaiser (2005) o aluno toma decisões e começa a filtrar as informações necessárias para realização do processo de Modelagem Matemática.

As funcionalidades do *Excel*, relatadas pelos alunos já haviam sido utilizadas em outras atividades de Modelagem Matemática realizada pelos alunos e por este fato o aluno identificou que poderia fazer o mesmo para estes dados.

Em virtude disto os alunos foram questionados sobre a estratégia definida por eles para resolução do problema o que se refere à etapa de resolução do problema matemático.

d) Resolução do problema matemático

Os alunos iniciaram tentativas para obtenção do modelo de calibração. De posse dos dados coletados e de acordo com a representação mental realizada por eles, os alunos começaram a por em prática suas estratégias para resolução da atividade. Segundo Kaiser (2005) a fase do modelo real está intimamente ligada a

representação mental da situação, o que significa que suas representações externas podem representar um modelo real , fato que dependerá das declarações dos alunos durante a representação externa.

C1: Pensamos em pegar os medidas padrão e os dados observados para construir um gráfico, pois assim teríamos a relação entre o valor real do bloco e o valor encontrado com o micrômetro.

P: Essa relação é o suficiente para resolver o problema? Será possível identificar um modelo que ajuste o erro do equipamento com esta estratégia?

C3: Sim professor! Nós temos os dados corretos e incorretos, basta montar a relação.

O grupo neste momento traçou e delineou a sua estratégia de resolução e a pré-julgou como correta, não conseguiram fazer uma reflexão maior sobre a relação dos dados que ora imaginaram e o problema definido na atividade. Percebe-se que neste momento os alunos não entenderam o problema em questão, pois havia a necessidade de calibrar o equipamento, ou seja, corrigir o erro apresentado nas medições.

Já o grupo A, imaginou a mesma forma de resolver o problema, construiu a relação dos dados e encontrou o modelo de calibração para os dados do seu equipamento conforme Figura 3.

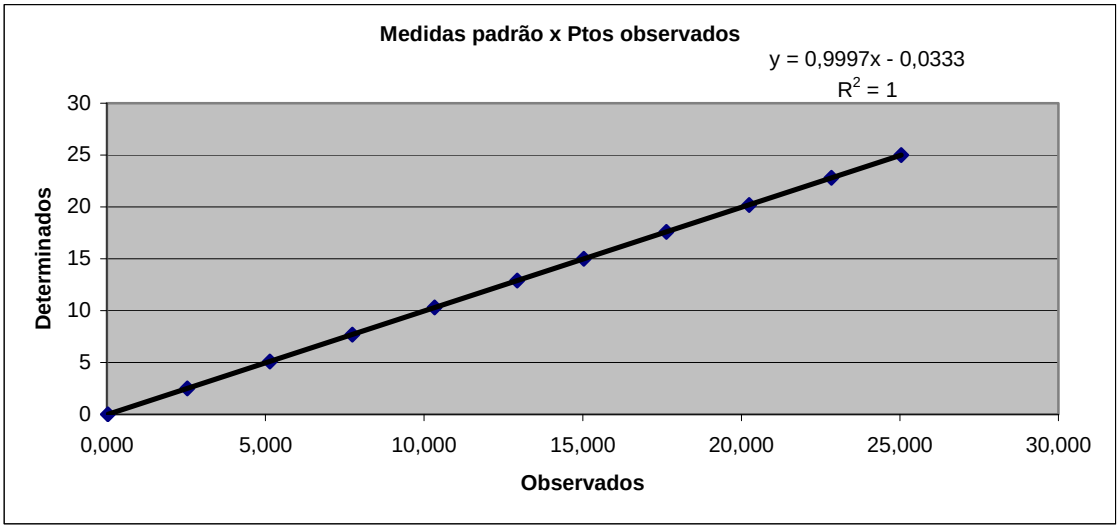

Figura 3 - Relação das Medidas padrão x Pontos
Fonte (Grupo A)

Após a construírem a relação dos pontos o grupo adicionou o modelo matemático e o coeficiente de determinação no gráfico e já fizeram suas considerações.

A1: Professor. Encontramos o modelo de calibração para nosso micrômetro.

P: Como vocês fizeram?

> *A3: Simples. Pegamos os dados levantados pelos alunos da engenharia mecânica, construímos um gráfico e vimos que parecia uma função linear. Então, adicionamos a linha de tendência e o coeficiente de determinação no gráfico para termos a certeza que era uma função linear e deu certo.*

P: Como podemos verificar se o modelo encontrado está correto?

A2: Temos que fazer a validação do modelo.

P: Como podemos fazer isso?

A2: Vamos pegar o modelo que nós encontramos e substituir o valor para ver se bate.

C2: Nós fizemos isso também e não deu certo. Colocamos o valor dos dados observados no modelo e não encontramos o valor das medidas padrão.

A fala do aluno C2 nos permite verificar uma das fases do ciclo de modelagem sob a perspectiva cognitiva proposta por Kaiser (2005), a validação intuitiva onde o aluno percebeu que existe um erro no modelo encontrado, mas não consegue explicar o motivo do erro.

Para ajudar o desenvolvimento da atividade questiona-se os alunos sobre o que pode estar errado na atividade.

P: Não deu certo? Qual o motivo?

A3: Tem que dar certo. Foi construído com os valores do problema, não pode dar errado.

C3: Então, mas quando colocamos o valor dos dados observados no modelo, o valor da outra variável está ficando pior do que era. Não esta corrigindo o valor.

B2: Fizemos a mesma coisa e não conseguimos encontrar os valores corretos. O modelo não pode ser linear, se a gente olhar direito cada hora tem uma variação e como vai ser linear?

C3: É por causa da escala do gráfico. Como a escala está grande a gente não consegue ver que não é uma função linear certinha. Teria que dar um zoom no gráfico.

Neste momento foi possível verificar que os grupos estavam com a mesma dúvida e não conseguiam entender o motivo do modelo encontrado estar incorreto. Porém, quando um grupo começou a questionar houve uma troca de idéias entre os grupos o que ajudou a analisar o que estava incorreto no modelo que haviam encontrado.

De acordo com Bicudo (1987) a educação matemática crítica “se desenvolve através das pesquisas, interpretações e discussões que, gerando debates e trazendo experiências vivenciadas no cotidiano oferecem condições de interpretar e mostrar as conclusões através da Modelagem Matemática” e foi dessa forma que os alunos conseguiram compreender o que haviam realizado de incorreto no modelo que haviam encontrado.

P: Qual o motivo da tendência dos dados ser linear?

> *B1: Os valores são próximos. Quando o bloco tem medida 2,5mm os valores encontrados são 2,537; 2,531; 2,531; 2,531 e 2,531mm, aí quando fazemos o gráfico fica parecendo uma função linear por causa da variação ser muito pequena. Mas quando substituímos os dados no modelo os valores ficam ruins.*

Neste momento quando o aluno B1 relata que “os valores ficaram ruins” ele refere-se que ao realizar uma validação dos dados no modelo encontrado, invés de os resultados serem iguais as medidas dos *blocos padrão* ficavam muito discrepantes.

P: O que houve de errado na resolução que fizemos? Nossas variáveis estavam corretas?

A2: Pra mim temos que fazer outra coisa.

P: Como assim?

A2: Se queremos um modelo de calibração, não temos que trabalhar com o erro? Se vamos corrigir a medida efetuada pelo micrômetro com problema, então temos que pegar o erro.

O aluno A2 agora entendeu o problema proposto e conseguiu verificar que a maneira como os dados foram modelados levou-o a um modelo incorreto. Mesmo assim é possível verificar que os demais alunos ainda não entenderam o que o aluno A2 quis dizer.

A3: Não entendi o que você quer fazer. Eu acho que não vai dar certo, pois só com erro não encontraremos a medida correta.

A2: Assim. A gente pega e calcula o erro da medida, tipo assim, o bloco tem 2,5mm, por exemplo, a medida feita foi de 2,537mm, daí a gente pega o erro que é a diferença dos dois, dá 0,037mm.

De acordo com a fala do aluno A2 é possível perceber o argumento da utilidade definido por Bassanezi (2002), pois identifica que o conhecimento matemático pode ser utilizado no problema em questão apesar de não pertencer a área de matemática.

C1: Ahhh... daí a gente tem o erro que foi gerado em cada bloco que foi medido.

C3: Que trabalhão que vai dar isso.

C4: A gente já faz direto no Excel as contas. Daí a gente já constrói o gráfico e vê os dados.

É possível perceber que o grupo C acata a idéia dada pelo grupo A e não reflete sobre o que poderá acontecer. Nesse momento é possível verificar que a troca de idéias entre os grupos motivaram os alunos no desenvolvimento da atividade.

Já no grupo A, a mesma aluna que sugeriu o modelo com os erros, questiona sobre o reflexo da estratégia. Ela percebe que para construir uma função com os dados ela precisa determinar os pares ordenados e cada bloco tem cinco observações (medições realizadas com o micrometro) e que na maioria foram diferentes entre si. Então, neste momento percebe-se que a aluna recorre ao seu conhecimento matemático para entender o processo.

A2: Não vai dar pessoal. A gente tem cinco medidas diferentes para cada tamanho de bloco. Como a gente vai construir um gráfico assim?

A4: Vai dar certo sim, pára de pessimismo.

A aluna A2, talvez de forma inconsciente, fez uma observação importante para o grupo, mas não conseguiu ser entendida e mesmo assim deram andamento na atividade.

Os outros grupos tentavam a resolução da atividade diante do que o grupo A havia sugerido, mas após a construção do gráfico viram que algo estava incorreto.

C2: Não da para construir o gráfico, olha a relação como fica, a A2 está certa. Como a gente vai construir um gráfico onde um valor de x tem cinco valores em y? Isso não é função.

A Figura 4 representa a situação encontrada pelos alunos sobre os dados determinado e os erros das medidas.

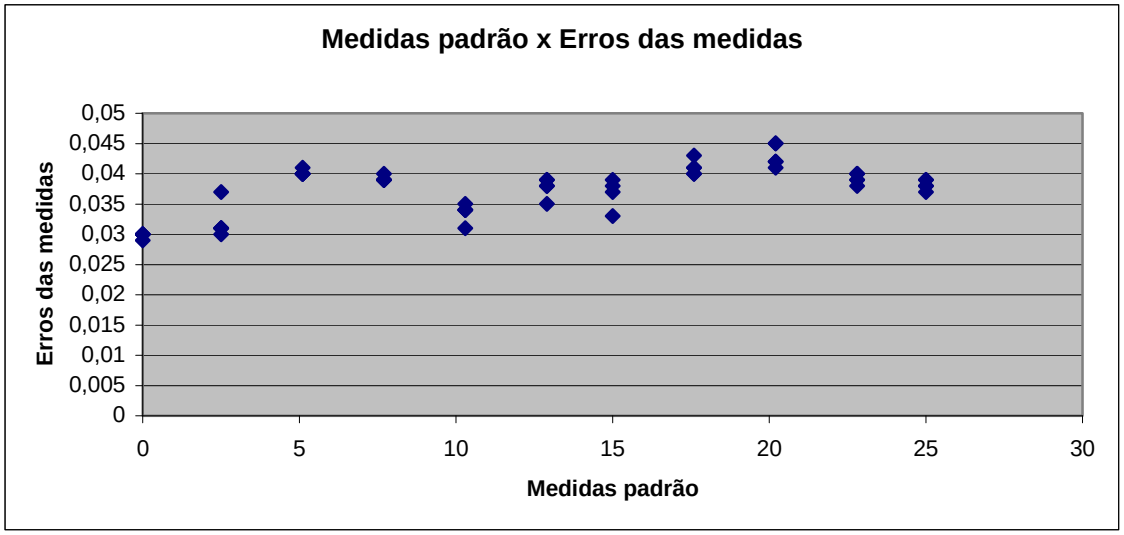

Figura 4 – Medidas padrão x Erro das medidas
Fonte (Grupo A)

A2: Isso que eu disse. Não dá para fazer dessa forma, a gente tem que ter somente um valor de x para um valor de y.

Aqui emana o conhecimento matemático. Após a visualização da relação entre os tamanhos dos blocos e os erros encontrados nas medições, pois ao observar o conjunto de dados perceberam que não representava uma função. Neste momento é de grande importância tal constatação pelo fato de procurarmos um modelo de calibração que será representado por uma função. Porém, mesmo com esta percepção que já ajuda na continuidade do processo, alguns alunos sentem-se desanimados. O desanimo é causado por saberem que a forma que está a dispersão não é possível de determinar a função de calibração e desconhecerem os conceitos matemáticos que podem ser utilizados nos dados para determiná-la.

C1: Tudo bem professor, mas agora a gente não sabe mais o que fazer. Complicou.

A4: Já não sei o que fazer. Desisto.

Pode-se verificar que os alunos neste momento se depararam com uma situação inesperada. Desconheciam uma forma que permitisse criar uma relação entre o dado determinado e os erros encontrados nas medições, que eram em número de cinco. Mesmo com a troca de informação entre os grupos não

conseguiram identificar uma forma de transformar esses cinco dados em um único valor que os representa-se, de modo que minimizasse uma distorção no processo.

Neste momento foi preciso intervir no processo e fazer um diálogo coletivo para sanar a dúvida que tomara conta dos alunos. A intervenção foi realizada por meio de indicações que levassem os alunos a identificar qual conhecimento matemático deveria ser utilizado para determinar a função.

> *P: Vamos pensar juntos. Precisamos encontrar um único valor que represente os outros cinco e isto para cada tamanho de bloco padrão, mas não se pode causar distorção nos dados. Então, esse valor único a ser encontrado deve representar os demais com a menor variação possível. Que recurso matemático permite-nos fazer isso? Se desejar representar a idade de determinado grupo ou ainda determinar a nota de uma determinada disciplina, como procede-se?*

C1: Podemos usar a média, pois nos permite representar uma determinada quantidade de dados com um único valor.

Quando exemplificado com coisas comuns a eles, perceberam onde poderiam usar o conceito de média. A demora para identificar o que utilizar pode ser causado pelo uso da média em estatística de maneira reprodutiva e não pelo seu conceito e utilidade, pela idéia de minimização das diferenças entre os dados do problema.

Após a utilização da média para determinação do médio os grupos conseguiram construir o gráfico dos medidas padrão e os erro médios conforme Figura 5.

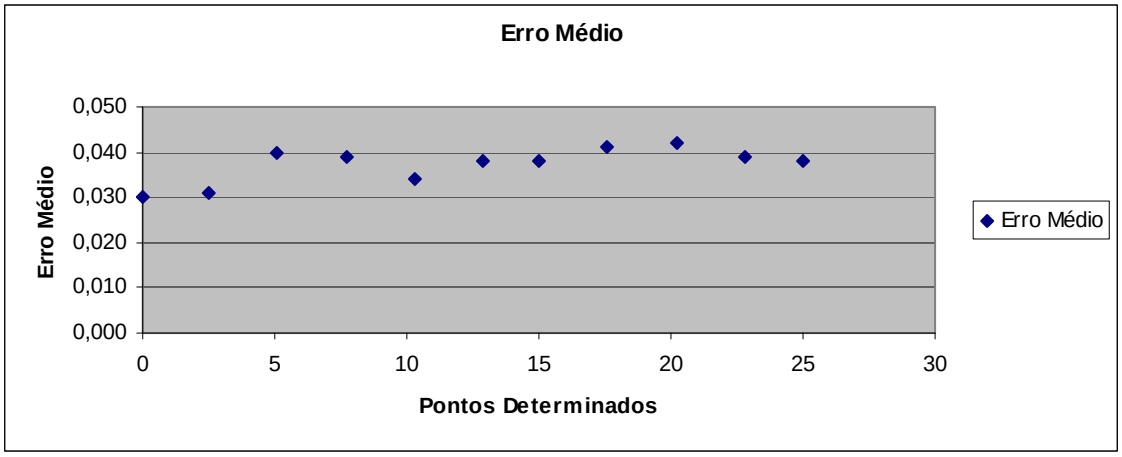

Figura 5 – Medidas padrão x Erro médio
Fonte (Grupo C)

Quando os alunos do grupo C montaram a relação demonstrada na Figura 4, perceberam que estavam quase concluindo a atividade, restando apenas adicionar a linha de tendência dos dados para encontrar o modelo e validá-lo.

C2: Agora adicionamos a tendência, colocamos a função no gráfico e determinamos a correlação para verificar a proximidade do modelo encontrado em relação aos demais dados.

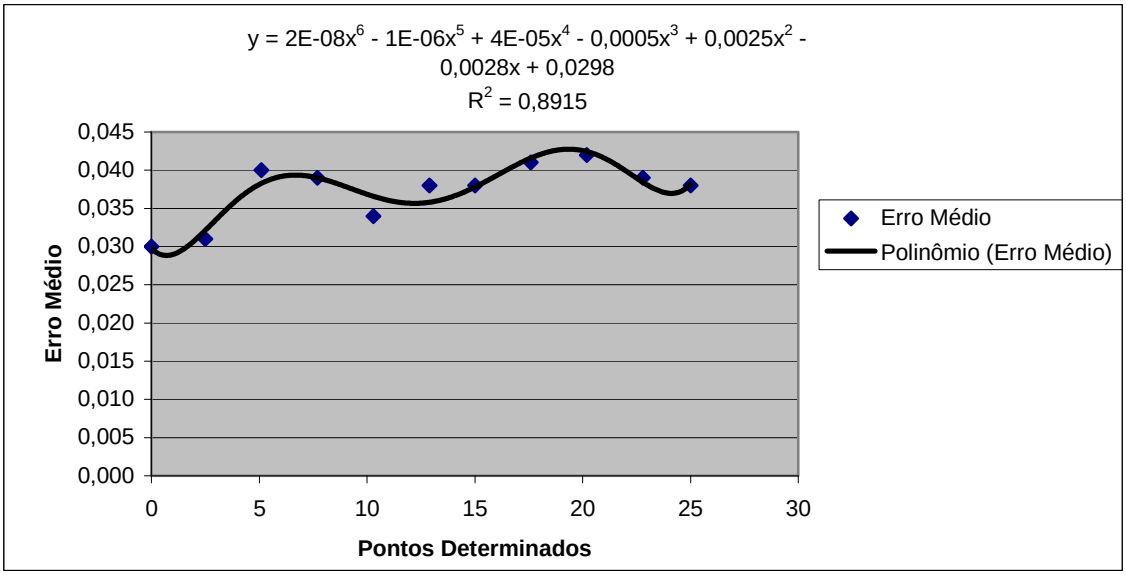

Figura 6 - Função das Medidas padrão x Erro médio
Fonte (Grupo C)

Para determinar o ajuste correto para os dados, conforme Figura 6, os alunos realizaram várias tentativas no *software Excel*. Como no início da atividade os alunos perceberam que o polinômio de grau um era incorreto para a situação, os alunos continuaram realizando novos ajustamentos, por meio do aumento do grau do polinômio, até que o modelo determinado fosse possível de corrigir os erros encontrados nas medições realizadas com o micrômetro.

Após os vários testes realizados, os alunos encontraram o polinômio de sexto grau no *software Excel* e questionaram se este seria o melhor ajuste ou se haveria outro polinômio de grau maior que pudesse melhorar o ajuste, já que o *software* permite determinar no máximo o sexto grau de um polinômio. Então, fizeram neste momento a opção de utilizar o *software Curve* já que este permite ajuste de grau maior que o sexto.

Em seguida realizaram os testes até o décimo grau, e perceberam que o ajuste não demonstrava resultados melhores que o polinômio de sexto grau. Assim, optaram por trabalhar com o polinômio de grau sexto e realizar a validação do modelo encontrado. Nesse instante é possível verificar o processo de Modelagem Matemática em uma perspectiva cognitivista, pois as alunos contraíram seu conhecimento com base no objeto utilizado na atividade e segundo Barbieri;

Abdanur e Burak (2004, p.4) essa “construção se dá pela ação do sujeito sobre o objeto do conhecimento, também é importante destacar que para essa ação ele traz suas experiências e seus conhecimentos prévios”.

e) Validação do modelo

Com base no modelo determinado pelo *software Excel* bastou aos alunos digitarem a fórmula e substituir os dados no modelo encontrado, ou seja, validar o modelo. Cada grupo então encarregou de montar a sua estratégia para validar os dados, alguns utilizaram o próprio *Excel* e outros a calculadora, baseado nos dados que foram utilizados na obtenção do modelo de calibração.

Todos os grupos conseguiram validar os modelos encontrados de acordo com cada equipamento e ao final fizeram um relato das dificuldades encontradas durante a realização da atividade. Neste relato foi possível verificar que as dificuldades foram o pouco tempo para realização da atividade, vários feriados nos dias dos encontros e relembrar conceitos que já haviam aprendido durante o curso.

No momento em que os grupos validam os dados de acordo com o modelo matemático encontrado percebe-se a fase de validação baseada no conhecimento proposta por Kaiser (2005), mas baseada no conhecimento na qual utilizam de suas reflexões prévias na validação do modelo, porém ainda não ligando este a realidade do problema.

f) Aplicação do modelo

Para aplicação do modelo foram escolhidos blocos padrão, no domínio de 0 mm a 25 mm, aleatoriamente, porém com medidas diferentes daqueles utilizados na coleta dos dados. O Quadro 1 abaixo apresenta as medidas dos blocos padrão utilizados com as respectivas medidas observadas.

Medida padrão *(a)*	1,05	4,85	6,15	8,40	12,10	14,00	17,10	18,40	21,30	24,50
Dados observados	1,051	4,848	6,151	8,403	12,112	14,000	17,101	18,400	21,308	24,500

Quadro 1- Medidas padrão e dados observados no modelo matemático

Fonte: o autor.

Com o modelo matemático estimou-se os respectivos erros para cada observação realizada. Para exemplificar, segue abaixo o cálculo do erro estimado para o valor observado 1,051 mm.

$$E(x) \cong -0,002901 + 0,006299(1,051) - 0,00281(1,051)^2 + 0,0004233(1,051)^3 - 0,00002852(1,051)^4 + 0,0000008922(1,051)^5 - 0,00000001056(1,051)^6$$
$$E(x) \cong 0,001073$$

Para a observação 1,051 mm foi estimado um erro de 0,001073 mm. Para o erro estimado *E(x)* foram consideradas seis casas decimais para que as medidas não fossem distorcidas, pois aproximações ao longo da atividade podem causar distorções no modelo.

Seguindo o mesmo procedimento, realizado para o dado observado de 1,051mm, para as demais observações, têm-se os erros estimados para os diâmetros de cada bloco padrão utilizado. Em seguida estima-se o verdadeiro diâmetro de cada bloco com a equação $C(x) = x - E(x)$. Os resultados desse procedimento são apresentados no Quadro 2 a seguir.

Medida padrão *(a)*	1,05	4,85	6,15	8,40	12,10	14,00	17,10	18,40	21,30	24,50
Dados observados	1,051	4,848	6,151	8,403	12,112	14,000	17,101	18,400	21,308	24,500
Erro estimado (*E(x)*)	0,001073	-0,003681	-0,005502	-0,057590	-0,001257	0,000771	0,001640	0,001457	0,002108	0,006018
Modelo calibrado (*C(x)*)	1,05	4,85	6,16	8,41	12,11	14,00	17,10	18,40	21,31	24,49

Quadro 2- Comparação das medidas padrão na aplicação do modelo matemático
Fonte: o autor.

Comparando a medida padrão e o modelo calibrado é possível verificar uma diferença. Tais diferenças podem ter sido causadas pelas aproximações do *software Excel* que efetua os cálculos com determinado número de casas decimais, pois foram consideradas como verdadeiras as hipóteses de igualdade de temperatura da sala de medição a dos equipamentos, a coleta dos dados, uso de material adequado, dentro outros.

No entanto, é possível verificar que a aplicação do modelo é válida, pois retorna os valores da medida padrão. Assim, esta forma realização de calibração de micrômetro pode ser utilizada como atividade de contextualização do ensino de ajuste de funções ou até mesmo pelas áreas de engenharia e afins para calibração

deste equipamento o que compõe a área da matemática aplicada. Pois segundo Bassanezi (2002) o mais importante no processo de Modelagem Matemática não é chegar a um modelo bem sucedido, mas sim passar por todas as etapas na qual o conteúdo matemático vai sendo sistematizado e aplicado.

Após a conclusão da atividade, cada grupo apresentou o modelo por eles encontrado aos demais grupos e neste momento foi possível perceber que os alunos validaram o modelo e fizeram a ligação com a realidade, ou seja, percebendo que o modelo encontrado permite a determinação correta da medida do bloco padrão quando do uso de um micrômetro que apresenta erros em suas medições.

Nesse momento de apresentação grupos avaliaram a atividade e todos colocaram que quando utilizada a Modelagem Matemática ficou simples de realizar a atividade, talvez pelo fato da estratégia dividir em etapas o que sistematiza a obtenção do modelo e assim não se perdem no decorrer da atividade.

Os grupos também relataram algumas dificuldades que aconteceram durante o processo, como a manipulação dos *softwares* por alguns alunos, o entendimento do problema proposto, a análise das hipóteses, dentre outras e também a mudança de concepção que apresentaram no início da atividade.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao definirmos a pesquisa com Modelagem Matemática e qual a atividade seria desenvolvida utilizando tal estratégia de ensino e aprendizagem com os alunos, sempre buscou-se características que permitissem esclarecer questões relativas ao problema de pesquisa:

De que maneira a Modelagem Matemática, como estratégia de ensino e aprendizagem pode contribuir, na visão dos futuros professores de Matemática, para a aplicação da Matemática em sua sala de aula ?

De modo geral, retoma-se neste momento, as compreensões decorrentes das reflexões realizadas durante a realização das atividades, baseados nas informações coletadas ao longo do desenvolvimento do projeto. Também apresentam-se outras questões, surgidas destas reflexões e que possibilitam o desenvolvimento de futuras pesquisas que possam colaborar no dimensionamento da contribuição da Modelagem Matemática na Educação Matemática.

A coleta das informações que permitiu identificar características para responder as questões relativas à problemática foi realizada num contexto no qual os alunos foram convidados a conhecer e utilizar a Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem de matemática. Neste contexto, conforme os alunos investigavam a situação-problema das atividades, identificaram-se alguns aspectos que nos permitem interpretar as fases de desenvolvimento cognitivo durante a realização da atividade bem como as facilidades e dificuldades encontradas em etapas do processo de Modelagem Matemática.

Em alguns momentos percebeu-se que a utilização dos *softwares* disponíveis para atividade, *Excel* e o *Curve Expert*, possibilitou aos alunos realizarem a verificação das hipóteses, fato este que se entende como positivo, pois para os alunos foi possível utilizar estas ferramentas de tecnologia da informação e comunicação para revisar, e em alguns casos, aplicar conceitos matemáticos.

Percebe-se, neste momento, que a Modelagem Matemática surge como uma estratégia que possibilita à utilização dos recursos tecnológicos no processo de ensino e aprendizagem de Matemática articulando o conhecimento matemático a situação-problema. Em nossa pesquisa, as atividades de Modelagem permitiram a (re)produção de conhecimento pelo pensamento coletivo, ou seja, o espírito cooperativo por meio das discussões realizadas entre docente/discentes, no próprio grupo e entre estes, possibilitou a (re)produção do conhecimento matemático à medida utilizavam os recursos tecnológicos para simular e realizar desenvolvimentos matemáticos na busca pela solução do problema.

Estas simulações são possíveis, pois de posse dos dados coletados para pesquisa os alunos puderam construir a relação entre as grandezas, plotar o gráfico, adicionar linha de tendência, dentre outras representações. Assim, em se fazendo o uso das tecnologias de informação e comunicação por meio de *software* como o *Excel* e o *Curve*, é possível realizar as mais diversas representações dos dados da pesquisa em tela e com certa agilidade, e então, analisar, conjeturar e realizar inferências sobre a relação das grandezas.

Outro fato observado em nossa pesquisa foi em relação ao uso do computador para auxiliar no processo de ensino e aprendizagem de matemática. Talvez pelo fato de todos os alunos possuírem computador em casa, ou pelo uso no próprio laboratório de informática da universidade, ou ainda pela utilização em outras disciplinas no decorrer do curso e pelo domínio de determinadas funcionalidades dos *softwares* fez com que a resolução atividade se tornasse mais dinâmica.

Esta pesquisa nos permitiu compreender teoricamente a Modelagem Matemática e principalmente para mim, enquanto pesquisador, foi fundamental para minha formação como professor. Pois, estas atividades possibilitaram verificar as contribuições da Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem de Matemática.

Algumas dificuldades encontradas foram identificadas e sanadas, na medida do possível, durante a realização da atividade. O pouco tempo para realização, considerado pelos grupos, exigiu que os alunos se reunissem em outro momento e a dificuldade de reunir todos os integrantes do grupo fora do dia marcado para

realização da atividade. A falta de conhecimento de alguns alunos quanto aos *softwares* utilizados fez com que alguns participantes de cada grupo fosse sobrecarregado com as atividades. Outro problema relatado e percebido pelo autor desta pesquisa foram os feriados que dificultaram a encontro do grupo na universidade e fez com que outros encontros fossem marcados e até mesmo atrasou o cronograma determinado no início da atividade.

O envolvimento com os alunos à medida que se realizou a atividade nos fez refletir sobre a formação do professor de matemática e o papel deste no processo de ensino e aprendizagem, pois as discussões nos geraram reflexões sobre o ensino de matemática, a relação docente/discente e discente/discente, a importância do trabalho em grupo na formação do cidadão, o uso de recursos computacionais em sala de aula e a interdisciplinaridade no próprio curso de matemática, com atividades contextualizadas, por meio da utilização de estratégias de ensino e aprendizagem.

A Modelagem Matemática nos permitiu pensar num ensino que possibilite aos alunos desenvolver e utilizar habilidades como identificar situações-problemas, levantar hipóteses e refutá-las, formular e desenvolver modelos matemáticos e argumentar sobre a validade ou não destes modelos, dentre outras possibilidades. Assim, nossa pesquisa foi desenvolvida com o objetivo de verificar a contribuição da Modelagem Matemática proporcionando aos alunos e professores um olhar diferente sobre a Educação Matemática.

Nesse sentido, se realizou análises com a finalidade de investigar a contribuição da Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem de Matemática na formação inicial de professores de matemática para o ensino de ajuste de funções. Estas análises permitiram identificar uma melhor assimilação do conteúdo e sua aplicação em situações cotidianas e também possibilitou motivar os futuros professores a utilizar tal estratégia quando da sua atuação em sala de aula. Dessa forma, contribuindo para que seus futuros alunos busquem, por meio do conhecimento matemático, do trabalho em grupo, da troca de experiências, soluções para problemas que a sociedade venha a encontrar.

Como a pesquisa foi realizada no ambiente escolar, indicam-se como possíveis propostas para trabalhos futuros com a Modelagem Matemática:

- O desenvolvimento de modelos matemáticos voltados às áreas de engenharias demonstrando a aplicabilidade da matemática em sua área de atuação, o trabalho em grupo e a apresentação da solução do problema aos demais grupos.
- A utilização dos recursos computacionais como auxiliar no processo de ensino e aprendizagem de matemática em atividades de Modelagem Matemática.
- A inclusão da Modelagem Matemática enquanto disciplina curricular nos cursos de formação de professores de matemática para utilização no ensino fundamental e médio.
- A utilização da Modelagem Matemática nos cursos de formação de professores de matemática para contextualizar o ensino de matemática.

Estas indicações ficam aqui registradas na intenção de que futuras pesquisas possam contribuir para consolidar a Modelagem Matemática enquanto método científico e principalmente como estratégia de ensino e aprendizagem de matemática.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Lourdes. M. W. **Introdução à Modelagem Matemática**. Notas de aula. Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática. UEL. Londrina- PR, 2002a.

ALMEIDA, Lourdes. M. W; DIAS, Michele. R. **Modelagem Matemática em sala de aula**. (no prelo), 2002b.

ARAÚJO, Jussara L. **Cálculo, Tecnologias e Modelagem Matemática: as discussões dos alunos**. 2002. 173 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2002.

BARBOSA, Jonei C. **Modelagem Matemática e os professores: a questão da formação**. Bolema, UNESP – Rio Claro, n. 15, p. 5-23, 2001.

BARBOSA, Jonei C. **O que pensam os professores sobre modelagem matemática?**. Zetetiké, Campinas, v.7, n.11, p. 67-81, jan 1999.

BASSANEZI, R. C. Modelagem Matemática. Dynamis, Blumenau. v. 1, nº 7, pp. 55-83, 1994.

BASSANEZI, Rodney C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**, São Paulo: Contexto, 2002.

BELTRÃO, Maria E. P. **Ensino de cálculo pela Modelagem Matemática e Aplicações – Teoria e prática**. 2009. 322 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática), Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2009.

BICUDO, Maria A. **Educação Matemática**. Rio de Janeiro: LTC, 1987.

BIEMBENGUT, Maria S.; HEIN, Nelson. **Modelagem Matemática no ensino**. São Paulo: Contexto, 2000.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem Matemática no ensino**. São Paulo: Contexto, 2002.

BIEMBENGUT, Maria S. **30 anos de modelagem matemática na educação brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais**, Alexandria – Revista Educação em Ciência e Tecnologia, Florianópolis, v.2, n.2, p.7-32, jul 2009.

BOGDAN, Robert C.; BIKLEN, Sari K. **Investigação Qualitativa em Educação**. Portugal: Porto Editora, 1994.

BURAK, Dionísio. **Modelagem matemática: ações e interações no processo de ensino- aprendizagem**. 1992. 460 f. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade de Campinas, Campinas, 1992.

CARNEIRO, Vera C. G. **Mudança na formação de professores de Matemática: um estudo de caso**. Zetetike, Campinas, v. 8, p. 81-116, 2000.

CHEVALLARD, Yves et al. **Estudar matemáticas**: **O elo perdido entre o ensino e a aprendizagem**. Porto Alegre: Artmed, 2001.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Da Realidade à Ação**: **Reflexões sobre Educação e Matemática**. Campinas: Universidade Estadual de Campinas, 1986.

FERRI, Rita. B. **Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process**, ZDM, vol. 38 (2), Alemanha, 2006.

FERRUZZI, Elaine C. **A modelagem matemática como estratégia de ensino e aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral nos cursos superiores de tecnologia**. 2003. 154 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção e Sistemas), Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2003.

GARNICA, Antônio V. M. ***História Oral e educação Matemática***. In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, Jussara L. (Org.) **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

GIL, Antônio C. **Como elaborar projetos de pesquisa**, São Paulo: Atlas, 1991.

GUSTINELI, Odesnei A. P. **Modelagem matemática e resolução de problemas: uma visão global da educação matemática**,1990. 126 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1990.

INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS. **História da Prova Brasil e do Saeb**. Disponível em:
http://provabrasil.inep.gov.br/index.php?option=com_content&task=view&id=15&Itemid=14.
Acessado em: 07/01/2010.

INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS. **SAEB-2005, PRIMEIROS RESULTADOS: Médias de desempenho do SAEB/2005 em perspectiva comparada**. Disponível em :
http://www.inep.gov.br/download/saeb/2005/SAEB1995_2005.pdf>
Acessado em: 07/01/2010.

KAISER, G. **Mathematical Modelling in School – Examples and Experiences**, 2005, p. 99-108.

LEITE, Maria B. F. **Reflexões sobre a disciplina de modelagem matemática na formação de professores**. Educação Matemática Pesquisa. São Paulo, 2008, p. 115-135, v. 10.

NISS. M. **O papel da aplicação e da modelação na matemática escolar**. In: Revista Educação e Matemática, nº 23, pp. 1-2. Lisboa, Portugal, 1992.

POLLAK, Henry. **A history of the teaching of modeling**, capítulo 16, 2001. (mimeo)

POLYA, George. **A arte de resolver problemas**, 2ª reimpressão, Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

PONTE, João P. da. **Concepções dos Professores de Matemática e Processo de Formação. Educação matemática: temas de investigação**, Lisboa-Portugal, p. 185-239, ano 1992. Disponível em: http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/92-Ponte(Ericeira).pdf. Acesso em: 20 dez. 2009.

ROESCH, Sylvia M. A. **Projetos de estágio e de pesquisa em administração: guia para pesquisas, projetos, estágios e trabalhos de conclusão, dissertações e estudos de caso**. São Paulo: Atlas, 1996.

ROSA, Claudia C. da. **Um estudo do fenômeno de congruência em conversões que emergem em atividades de modelagem matemática no ensino médio**. 2009. 143 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática), Universidade Estadual de Londrina, Londrina,2009.

SCHEFFER, Nilce F. **Modelagem Matemática: Uma abordagem para o ensino-aprendizagem da Matemática**. Educação Matemática em revista, SBEM, 1999.

SKOVSMOSE, Ole. **Educação Matemática Crítica**. Campinas: Papirus, 2001.

VERTUAN, Rodolfo E. **Um olhar sobre a modelagem matemática à luz da teoria dos registros de representação semiótica**. 2007. 54 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática), Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2007.

VIECILI, Cláudia. R. C. **Modelagem Matemática: uma proposta para o ensino de matemática**. 2006. 119 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática), Pontifícia universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2006.

APÊNDICE A - Termo de consentimento

TERMO DE CONSENTIMENTO

Eu, _____, concordo em participar, voluntariamente, do estudo sobre **MODELAGEM MATEMÁTICA: UMA PROPOSTA PARA O PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES**, que tem por objetivo **apresentar a Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem de Matemática,** por ter sido aluno da turma cujos textos e falas foram selecionados.

Para isso, concordo em conceder os textos escritos e orais por mim produzidos durante o tempo em que fui aluno de ensino superior da Universidade Estadual do Norte do Paraná – Campus Cornélio. Reconheço que as informações poderão ser utilizadas em futuras publicações, desde que meu anonimato e o sigilo da autoria de minhas produções sejam garantidos.

Posso tirar qualquer dúvida, ou mesmo retirar a minha participação a qualquer momento da pesquisa, bastando para isso que entre em contato com o pesquisador por qualquer um dos seguintes meios: fone: (43) 9977-5970; e-mail: rudolph.matemática@gmail.com.

Cornélio Procópio, _____/_____/____

_____

APÊNDICE B – Dados do micrômetro 25_14

Dados do micrômetro 25_14

Dados determinados	Dados observados
0	0,03
0	0,029
0	0,03
0	0,03
0	0,03
2,5	2,537
2,5	2,531
2,5	2,531
2,5	2,531
2,5	2,53
5,1	5,14
5,1	5,14
5,1	5,14
5,1	5,14
5,1	5,141
7,7	7,74
7,7	7,739
7,7	7,739
7,7	7,739
7,7	7,739
10,3	10,335
10,3	10,334
10,3	10,334
10,3	10,334
10,3	10,331
12,9	12,939
12,9	12,935
12,9	12,939

Dados determinados	Dados observados
12,9	12,938
12,9	12,938
15	15,038
15	15,039
15	15,033
15	15,037
15	15,064
17,6	17,64
17,6	17,643
17,6	17,641
17,6	17,641
17,6	17,64
20,2	20,242
20,2	20,245
20,2	20,242
20,2	20,241
20,2	20,245
22,8	22,838
22,8	22,839
22,8	22,84
22,8	22,839
22,8	22,84
25	25,038
25	25,038
25	25,039
25	25,039
25	25,037

APÊNDICE C – Dados do micrômetro 25_5

Dados do micrômetro 25_5

Dados determinados	Dados observados
0	-0,003
0	-0,003
0	-0,002
0	-0,001
0	-0,004
2,5	2,499
2,5	2,498
2,5	2,498
2,5	2,499
2,5	2,499
5,1	5,109
5,1	5,101
5,1	5,106
5,1	5,107
5,1	5,103
7,7	7,709
7,7	7,708
7,7	7,7
7,7	7,709
7,7	7,701
10,3	10,302
10,3	10,303
10,3	10,308
10,3	10,301
10,3	10,301
12,9	12,901
12,9	12,902
12,9	12,905

Dados determinados	Dados observados
12,9	12,902
12,9	12,901
15	14,999
15	14,999
15	14,998
15	14,997
15	14,999
17,6	17,599
17,6	17,6
17,6	17,597
17,6	17,598
17,6	17,598
20,2	20,199
20,2	20,205
20,2	20,199
20,2	20,2
20,2	20,2
22,8	22,801
22,8	22,796
22,8	22,797
22,8	22,799
22,8	22,799
25	25
25	24,999
25	24,997
25	24,992
25	24,998

APÊNDICE D – Dados do micrômetro 25_13

Dados do micrômetro 25_13

Dados determinados	Dados observados
0	-0,003
0	-0,003
0	-0,002
0	-0,001
0	-0,004
2,5	2,499
2,5	2,498
2,5	2,498
2,5	2,499
2,5	2,499
5,1	5,109
5,1	5,101
5,1	5,106
5,1	5,107
5,1	5,103
7,7	7,703
7,7	7,703
7,7	7,702
7,7	7,705
7,7	7,708
10,3	10,305
10,3	10,303
10,3	10,304
10,3	10,304
10,3	10,303
12,9	12,906
12,9	12,905
12,9	12,904

Dados determinados	Dados observados
12,9	12,907
12,9	12,907
15	15,003
15	15,002
15	15,002
15	15,005
15	15,005
17,6	17,608
17,6	17,61
17,6	17,61
17,6	17,61
17,6	17,61
20,2	20,21
20,2	20,212
20,2	20,212
20,2	20,212
20,2	20,211
22,8	22,809
22,8	22,808
22,8	22,811
22,8	22,81
22,8	22,81
25	25,005
25	25,004
25	25,004
25	25,003
25	25,005

APÊNDICE E – Imagem do micrômetro

Imagem do micrômetro

APÊNDICE F – Imagem da caixa de bloco padrão

Imagem da caixa de bloco padrão

APÊNDICE G – Fotos da aplicação da atividade

Fotos da aplicação da atividade